



Dr. Peng Jin

### Themenübersicht: Maß- und Integrationstheorie (SoSe 14)

1.  $\sigma$ -Algebren, Schnitt von  $\sigma$ -Algebren, erzeugte  $\sigma$ -Algebren, Borel- $\sigma$ -Algebra.
2. Maße, elementare Eigenschaften von Maßen (mit Beweis), Nullmenge.
3. Äußere Maße, Satz von Carathéodory, Fortsetzungssatz.
4. Dynkin-Systeme,  $\cap$ -stabile Mengensysteme, Satz 1.4.4 über erzeugte  $\sigma$ -Algebra mit  $\cap$ -stabilem Erzeuger, Eindeigkeitssatz für Maßen (mit Beweis).
5. Lebesgue-Stieltjes-Maße auf  $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ , Verteilungsfunktion eines Lebesgue-Stieltjes-Maßes, Lebesguemaß.
6. Induzierte  $\sigma$ -Algebren, messbare Abbildungen, Messbarkeitskriterium, Komposition messbarer Abbildungen.
7. Erweiterte reelle Achse, messbare Funktionen, Eigenschaften von messbaren Funktionen, einfache Funktionen, Approximation einer messbaren Funktion durch einfache Funktionen (Sombbrero-Lemma, mit Beweis).
8. Definition des Integrals, Eigenschaften des Integrals (Satz 3.1.6, 3.2.2, 3.2.3, 3.2.6, 3.2.8, 3.2.13, 3.2.14, Korollar 3.2.4 und 3.2.12), Satz von der monotonen Konvergenz I und II (mit Beweis), Lemma von Fatou (mit Beweis), Satz von der dominierten Konvergenz (mit Beweis).
9. Hölder- und Jensen-Ungleichungen, Lebesgue- und Riemannintegrale.
10.  $\mathcal{L}^p$  Räume, Minkowski-Ungleichung, Vollständigkeit von  $\mathcal{L}^p$  (mit Beweis),  $\mathcal{L}^p$ -Konvergenz, Konvergenz im Maß, gleichgradige  $p$ -Integrierbarkeit, Zusammenhang zwischen den Konvergenztypen.
11. Produkt- $\sigma$ -Algebren, Messbarkeit von Schnitten, Satz von Ionescu-Tulcea (mit Beweis), Satz von Fubini.
12. Absolut-Stetigkeit von Maßen, Satz von Radon-Nikodým.