Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich Mathematik und Natur Wissenschaft
Angewandte Mathematik-Stochastik
Univ. Prof. Dr. Barbara Rüdiger-Mastandrea

Dr. Peng Jin

Übungen zu: Maß- und Integrationstheorie (SS 2012)

Blatt 2

Aufgabe 1:
Es seien $(X, \mathscr{A}, \mu)$ ein Maßbraum und $B \in \mathscr{A}$. Für $A \in \mathscr{A}$ setze man $\mu_B(A) := \mu(A \cap B)$. Man zeige, daß $(X, \mathscr{A}, \mu_B)$ ein Maßraum ist.

Aufgabe 2:
Sei $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \cdots$ eine Folge von Maßen auf einer σ-Algebra, d.h. $\mu_1(A) \leq \mu_2(A) \leq \cdots$ für alle messbaren Mengen A. Zeigen Sie, dass durch $\mu(A) := \lim_n \mu_n(A)$ ein Maß μ gegeben ist.

Aufgabe 3:
Für je zwei Mengen A und B heißt

$$A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

die *symmetrische Differenze* von A und B. Sei $(\Omega, \mathscr{A})$ ein maßbarer Raum. Es gelte $A = \cup_{n \geq 1} A_n$ und $A' = \cup_{n \geq 1} A'_n$, wobei $A_n, A'_n \in \mathscr{A}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Überprüfen Sie für ein Maß μ auf $(\Omega, \mathscr{A})$ die Aussagen

$$\mu(A \setminus A') \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n \setminus A'_n),$$

$$\mu(A \Delta A') \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n \Delta A'_n).$$