



Dr. Peng Jin

Übungen zu: Maß- und Integrationstheorie (SS 2012)

Blatt 5

Aufgabe 1:

Sei μ ein Lebesgue-Stieltjes-Maß auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ und F eine Verteilungsfunktion von μ . Zeigen Sie:

(a)

$$\mu(\{c\}) = F(c) - F(c-)$$

(b)

$$\mu((a, b)) = F(b-) - F(a),$$

wobei $F(x-) = \lim_{h \downarrow 0} F(x - h)$.

Aufgabe 2:

Sei μ ein Lebesgue-Stieltjes-Maß auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ mit stetigen Verteilungsfunktion F . Zeigen Sie, dass $\mu(\mathbb{N}) = 0$.

Aufgabe 3:

Sei $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Verteilungsfunktion gegeben durch

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 1+x, & -1 \leq x < 0 \\ 2+x^2, & 0 \leq x < 2 \\ 9, & x \geq 2 \end{cases}$$

Sei weiter μ das entsprechende Lebesgue-Stieltjes Maß von F . Bitte berechnen Sie :

(a)

$$\mu(\{2\})$$

(b)

$$\mu([-1/2, 3))$$

(c)

$$\mu([-1, 0) \cup (1, 2))$$

(d)

$$\mu([0, 1/2) \cup (1, 2])$$

(e)

$$\mu(\{x : |x| + 2x^2 > 1\})$$