



Dr. Peng Jin

Übungen zu: Maß- und Integrationstheorie (SS 2012)

Blatt 4

Aufgabe 1:

Es seien (X, \mathcal{A}, μ) ein Maßraum und $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$. Man zeige:

(a)

$$\mu(\liminf_j A_j) \leq \liminf_j \mu(A_j)$$

(b)

$$\mu(\limsup_j A_j) \geq \limsup_j \mu(A_j)$$

falls es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt mit $\mu(\cup_{j=k}^{\infty} A_j) < \infty$.

(Hinweis: $\cup_{k=n}^{\infty} A_k \downarrow \limsup_n A_n$ und $\cap_{k=n}^{\infty} A_k \uparrow \liminf_n A_n$ als $n \rightarrow \infty$)

Aufgabe 2:

Man beweise die Aussagen der Satz 5.2 (ii)-(iv).

Aufgabe 3:

Sei $\mathcal{E}' = \{(c, \infty) : c \in \mathbb{R}\}$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{B}(\mathbb{R}) = \sigma(\mathcal{E}')$.

(Hinweis: Zeigen Sie, $\mathcal{B}(\mathbb{R}) \subset \sigma(\mathcal{E}')$ und $\sigma(\mathcal{E}') \subset \mathcal{B}(\mathbb{R})$)