Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik/Stochastik
Prof. Dr. Barbara Rüdiger **SS 2010**

Übungsblatt 3 zur Maß- und Integrationstheorie

1. Gegeben sei die Augensumme X zweier fairer Würfel.
   a) Geben Sie die Verteilung μ_X von X an.
   b) Berechnen Sie die Erwartung der Augensumme Y von drei fairen Würfeln.
   c) Berechnen Sie $\mathcal{E}[e^X]$
2. Finden Sie f so dass $f \in L'(\mathbf{R}, \mathcal{B}, (\mathbf{R}), \mu_{\mathcal{L}})$ und $f \notin L^2(\mathbf{R}, (\mathcal{B}(\mathbf{R}), \mu_{\mathcal{L}})$
3. Finden Sie ein Beispiel einer Folge, die in $|| \circ ||_3$ konvergent ist, jedoch nicht in $|| \circ ||_4$ konvergiert.
4. Finden Sie ein Beispiel einer Folge, die nach Maß μ_L nach Null konvergiert, jedoch nicht in $|| \circ ||_1$ konvergiert.
5. Sei (Ω, J, μ) ein endlicher Maßraum. Beweisen Sie an Hand der Chebyshev Ungleichung, dass die Konvergenz einer Folge in $||\circ||_3$ die Konvergenz der gleichen Folge nach Maß μ impliziert.
6. Benutzen Sie den Satz der dominierten Konvergenz um zu zeigen, dass falls $f \in L'(\Omega, J, \mu)$ und $\lim\limits_{n\to\infty} \mu(A_n) = 0$, dann gilt
$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_{A_n} f d_\mu = 0$$
7. Beweisen Sie : Sei (Ω, J, μ) ein Maßraum Falls $f : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ meßbar und $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ meßbar, dann ist $F(f) : \Omega \to \mathbf{R}$ meßbar.