Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C, Mathematik/Stochastik
Prof. Dr. Barbara Rüdiger **SS 2010**

Übungsblatt 1 zur Maßtheorie

1. Beweisen Sie $\mathbf{R}\backslash\mathbf{Q} \in B(\mathbf{R})$

2. Sei μ ein Maß auf $(\mathbf{R}, B(\mathbf{R}))$. Berechnen Sie $\mu((\mathbf{R}\backslash Q)\cap[0,1])$ für den Fall

   a) $\mu = \mu_L$, wobei μ_L das Lebesgue-Maß ist

   b) $\mu = \sum\limits_{n\in\mathbf{N}} \frac{1}{n^2}\delta\{e^{-n}\}$

3. Sei μ eine Verteilung mit Dichte $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}_+$. Beweisen Sie

$$\mu(\mathbf{N}) = 0$$

4. Sei $\mu = \sum_{n\in\mathbf{N}} \frac{1}{n^2}\delta_n$

   a) Beweisen Sie, dass ein μ ein endliches Maß ist.

   b) Skizzieren Sie die dazu gehörige Verteilungsfunktion.

5. Sei Ω eine Menge $A \subseteq \Omega$

   a) Finden Sie $\sigma(\{A, \Omega\})$

   b) Definieren Sie alle W-Maße auf dem Messraum $(\Omega, \sigma(A, \Omega))$

6. Sei $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots 9\}$ und $(\Omega, 2^\Omega, P)$ ein Laplace W-Raum (d. h. $P(\{w\}) = \frac{1}{|\Omega|}\ \forall\omega \in \Omega$) Sei $(\times\Omega, \otimes 2^\Omega, \otimes P)$ das Produkt W-Raum.

   a) Definieren Sie die Mengen

$$C\begin{matrix} 1, & 2, & 3 \\ 0, & 0, & 0 \end{matrix} \cup C \begin{matrix} 1, & 2, & 3, & 4 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \end{matrix}$$

$$C\begin{matrix} 2, & 4 \\ 0, & 0 \end{matrix} \cap C \begin{matrix} 1, & 3 \\ 1, & 1 \end{matrix}$$

   b) Beweisen Sie, dass alle Elementarereignisse des Produktraumes die Wahrscheinlichkeit 0 haben.