Prof. Dr. S. Orlik
Dr. M. Bender

WS 12/13

Lineare Algebra II

9. Übungsblatt

Aufgabe 1: (3 Punkte) Bestimmen Sie zu einem gegebenen Körper K alle nilpotenten Jordanschen Normalformen vom Typ 6×6.

Aufgabe 2: (6 Punkte) Es seien

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & 2 \\ -2 & -3 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -4 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{4\times 4}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}$$

$$\text{und } A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{4\times 4}.$$

Bestimmen Sie Jordan-Normalformen der Matrizen A_1, A_2 und A_3.

Aufgabe 3: (3 Punkte) Es seien $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \in \mathbb{C}$ und $\alpha_1 \neq 0$. Bestimmen Sie eine Jordan-Normalform der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ 0 & 1 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & \alpha_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}.$$

Aufgabe 4: (3 + 1 = 4 Punkte) Sei $n \geq 3$ und K ein Körper.

(a) Bestimmen Sie für alle $i \geq 0$ den Rang von A^i, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in K^{n\times n}.$$

(b) Bestimmen sie χ_A und das Minimalpolynom μ_A.