

Lineare Algebra II

7. Übungsblatt

Aufgabe 1: (2 + 2 = 4 Punkte) Sei $\{X_i \mid i \in I\}$ eine Zerlegung der Menge X . Wir definieren eine Relation auf X durch

$$x \sim y :\Leftrightarrow \exists i \in I : x \in X_i \wedge y \in X_i.$$

- (a) Zeigen Sie, daß \sim eine Äquivalenzrelation ist.
- (b) Zeigen Sie, daß die X_i die Äquivalenzklassen bezüglich \sim sind.

Aufgabe 2: (3 + 1 = 4 Punkte) Sei G eine endliche abelsche Gruppe und U eine Untergruppe von G .

- (a) Zeigen Sie, daß je zwei Nebenklassen von U in G gleichmächtig sind.
- (b) Folgern sie aus (a), daß $|G/U| = \frac{|G|}{|U|}$.

Aufgabe 3: (4 Punkte) Zeigen Sie, daß $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \cdot)$ vermöge der in der Vorlesung definierten Operationen $+$ und \cdot ein kommutativer Ring ist.

Aufgabe 4: (4 Punkte) Bestimmen Sie für $n = 4$ und $n = 5$ die Additions- und Multiplikationstabellen von $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.