

Lineare Algebra II

12. Übungsblatt

Aufgabe 1: (3 Punkte) Es seien V, V' reelle Vektorräume und s, s' symmetrische Bilinearformen auf V bzw. V' . Zeigen Sie:

$$(V, s) \text{ ist kongruent zu } (V', s') \iff \operatorname{sgn}(s) = \operatorname{sgn}(s').$$

Aufgabe 2: (4 Punkte) Überprüfen Sie die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

auf Kongruenz über \mathbb{C} und über \mathbb{R} .

Aufgabe 2: (4 Punkte) Es sei $\operatorname{char}(K) \neq 2$ und $q : V \rightarrow K$ eine quadratische Form. Zeigen Sie, dass eine geordnete Basis $\varphi = (v_1, \dots, v_n)$ von V und gewisse $a_1, \dots, a_n \in K$ existieren, so dass für alle $x_1, \dots, x_n \in K$ gilt:

$$q\left(\sum_{i=1}^n x_i v_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i x_i^2.$$