Prof. Dr. S. Orlik
Dr. M. Bender

WS 12/13

Lineare Algebra II

11. Übungsblatt

Aufgabe 1: (3 Punkte) Wir betrachten die zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in (\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^{3\times 3}$$

zugehörige Bilinearform $b_A \in \mathrm{Bil}((\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^3)$. Bestimmen Sie die Gramsche Matrix von b_A bezüglich der geordneten Basis von $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^3$

$$\varphi = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 2: (4 Punkte) Betrachten Sie die symmetrische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & i \\ 0 & 1 & 0 \\ i & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}.$$

Bestimmen Sie eine Orthogonalbasis $\varphi = (v_1, v_2, v_3)$ von $\mathbb{C}^3$, so daß $G_\varphi(s_A)$ in Normalform ist.

Aufgabe 3: ($2 + 2 = 4$ Punkte) Betrachten Sie die symmetrische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in K^{4\times 4}.$$

Bestimmen Sie Radikal und Rang der symmetrischen Bilinearform s_A und entscheiden Sie, ob s_A regulär ist, aufgefasst über

(a) $K = \mathbb{R}$.

(b) $K = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$.

Aufgabe 4: (2 Punkte) Es sei K ein Körper mit $1 + 1 \neq 0$, und b eine schiefsymmetrische, reguläre Bilinearform auf K^n. Zeigen Sie, daß n gerade ist.