Prof. Dr. S. Orlik
Dr. M. Bender

WS 12/13

Lineare Algebra II

10. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte) Die komplexwertige Matrix A besitze nur die Eigenwerte 1 und -1. Geben Sie eine Jordansche Normalform von A an für den Fall, daß

- **(a)** die algebraische Vielfachheit sowie die geometrische Vielfachheit beider Eigenwerte gleich zwei ist.
- **(b)** die algebraische sowie die geometrische Vielfachheit vom Eigenwert 1 gleich eins ist, und die algebraische Vielfachheit von Eigenwert -1 gleich drei und die geometrische gleich zwei ist.
- **(c)** die algebraische Vielfachheit beider Eigenwerte gleich drei ist, die geometrische vom Eigenwert 1 gleich zwei und die geometrische vom Eigenwert -1 gleich eins ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte) Es sei K ein Körper. Wir definieren $\mathbb{X} := \{(V, b) \mid V \text{ ein } K-\text{Vektorraum}, b \in \mathrm{Bil}(V)\}$. Zeigen Sie, daß durch

$$(V, b) \sim (V', b') :\Longleftrightarrow (V, b) \text{ kongruent zu } (V', b')$$

eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{X}$ definiert ist.

Aufgabe 3: (5 Punkte) Bestimmen Sie ein Repräsentantensystem für die Äquivalenzklassen von schiefsymmetrischen Matrizen bezüglich der Kongruenzrelation im Falle $n = 2$ und $K = \mathbb{R}$.

Aufgabe 4: (3 Punkte) Wir betrachten die zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 & 1 \\ 2i & 3i & 0 \\ -i & 4 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}$$

zugehörige Bilinearform $b_A \in \mathrm{Bil}(\mathbb{C}^3)$. Bestimmen Sie die Gramsche Matrix von b_A bezüglich der geordneten Basis von $\mathbb{C}^3$

$$\varphi = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$