

Kommutative Algebra

8. Übungsblatt

Sei stets k ein algebraisch abgeschlossener Körper und X ein topologischer Raum.

Aufgabe 1: (4 Punkte) Sei $H \subseteq k^n$ eine Teilmenge. Zeigen Sie, dass H genau dann irreduzibel ist, wenn $I(H) \subseteq k[X_1, \dots, X_n]$ ein Primideal ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte) Sei X noethersch und $X' \subseteq X$ ein Teilraum. Zeigen Sie, dass X' ebenfalls noethersch ist.

Aufgabe 3: (4 Punkte) Sei $Y \subseteq X$ ein irreduzibler Teilraum und sei $\bar{Y} \subseteq X$ sein topologischer Abschluss. Zeigen Sie, dass \bar{Y} irreduzibel ist.

Aufgabe 4: (4 Punkte) Zeigen Sie, dass $\text{Quot}(k[X])$ als $k[X]$ -Algebra nicht endlich erzeugt ist.

(**Hinweis.** Der Ring $k[X]$ ist faktoriell.)