

Kommutative Algebra

11. Übungsblatt

Sei stets k ein algebraisch abgeschlossener Körper.

Aufgabe 1: (4 Punkte) Sei X eine affine k -Varietät. Man zeige, dass \mathcal{O}_X eine Garbe ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte) Man zeige, dass für eine abelsche Gruppe A die konstante Prägarbe A_X auf einem topologischen Raum X im allgemeinen keine Garbe ist.

Aufgabe 3: (2 + 2 = 4 Punkte) Für einen topologischen Raum X sei $\mathcal{O} := \{U \mid U \subseteq X \text{ offen}\}$. Für $U, V \in \mathcal{O}$ sei

$$\text{Mor}(U, V) = \left\{ \begin{array}{ll} \{\iota : U \rightarrow V\} & , \text{ falls } U \subseteq V \\ \emptyset & , \text{ sonst} \end{array} \right\},$$

wobei ι die Inklusion bezeichnet.

(a) Zeigen Sie, dass dies eine Kategorie \mathcal{C}_X definiert.

(b) Man zeige, dass eine Prägarbe auf X einem kontravarianten Funktor $\mathcal{C}_X \rightarrow \mathcal{A}b$ entspricht.