

Kommutative Algebra

10. Übungsblatt

Sei stets k ein algebraisch abgeschlossener Körper.

Aufgabe 1: (4 Punkte) Gegeben sei ein Morphismus $f : X \rightarrow Y$ von affinen k -Varietäten. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$k[Y] \rightarrow k[X], \quad g \mapsto g \circ f$$

ein Morphismus von k -Algebren ist.

Aufgabe 2: (2 + 2 = 4 Punkte)

(a) Sei X eine irreduzible affine k -Varietät und sei $U \subseteq X$ offen. Zeigen Sie, dass die Restriktionsabbildung

$$\text{res}_{X,U} : \mathcal{O}_X(X) \rightarrow \mathcal{O}_X(U), \quad f \mapsto f|_U$$

injektiv ist.

(b) Seien spezieller $X = \mathbb{A}_k^2$ und $U = X - \{(0, 0)\}$. Zeigen Sie, dass $\text{res}_{X,U}$ ein Isomorphismus ist.

Aufgabe 3: (4 Punkte) Gegeben seien eine Äquivalenz von Kategorien

$$F : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$$

und Objekte $X, X' \in \mathcal{C}$ mit $F(X) \simeq F(X')$. Zeigen Sie, dass $X \simeq X'$.