PD Dr. S. Orlik **SS 09**

Einführung in die komplexe Analysis

9. Übungsblatt

Aufgabe 1: Man zeige: Ein Gebiet G ist genau dann homologisch einfach zusammenhängend, wenn für alle $a \in \mathbb{C} \setminus G$, die Funktion $z \mapsto \log|z-a|$ Realteil einer Funktion in $\mathcal{O}(G)$ ist.

Aufgabe 2: Welche der Folgen konvergieren kompakt ?
a) $f_n(z) = 2^{-n} z(z-1)(z-\frac{1}{2})\cdots(z-\frac{1}{n})$ auf $\mathbb{E}$.
b) $g_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \sin \frac{z}{k}$ auf $\mathbb{C}$.

Aufgabe 3: Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet und $(f_n)_n$ eine kompakt konvergente Folge mit Grenzfunktion $f \neq 0$. Man zeige: Gibt es ein $k \in \mathbb{Z}^+$, sodass keine der Funktionen f_n mehr als k Nullstellen hat, so hat auch f höchstens k verschiedene Nullstellen.