Einführung in die komplexe Analysis

4. Übungsblatt

Aufgabe 1: Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

a) $\sum_{j=0}^{\infty} \frac{j!}{2^j(2j)!}(z-1)^j$ b) $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} z^j$.

Aufgabe 2: Sei $f = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ eine Potenzreihe, die gleichmäßig auf einer unbeschränkten Teilmenge $M \subset \mathbb{C}$ gegen f konvergiert. Zeigen Sie, dass f ein Polynom ist.

Aufgabe 3: Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen und $f, g \in C^0(U)$. Seien $\gamma, \psi \in C^1([0,1], U)$ und $\alpha \in \mathbb{C}$. Man beweise die Identitäten

a) $\int_\gamma (f + \alpha g)(z)dz = \int_\gamma f(z)dz + \alpha \int_\gamma g(z)dz$.

b) $\int_{\gamma \cdot \psi} f(z)dz = \int_\gamma f(z)dz + \int_\psi f(z)dz$.

c) $\int_{\gamma^-} f(z)dz = -\int_\gamma f(z)dz$.

Aufgabe 4: Es sei $f(z) = |z|^2 z$. Berechnen Sie $\int_\gamma f(z)dz$ für

a) γ die Stecke von i nach $1 + 2i$.

b) γ den Halbkreisbogen durch $1, i$ und -1.