PD Dr. S. Orlik **SS 09**

Einführung in die komplexe Analysis

2. Übungsblatt

Aufgabe 1: Man bestimme alle Häufungspunkte der folgenden Folgen komplexer Zahlen:

1. $(z_n)_n$ mit $z_n := (\frac{1}{2}\sqrt{2}(1+i))^n$.
2. $(w_n)_n$ mit $w_n := 2^{-\frac{n}{2}}(2+i)^n$.
3. $(u_n)_n$ mit $u_n := n^2(2+3i)^{-n-1}$.

Aufgabe 2: Charakterisieren Sie die folgenden Mengen geometrisch:

1. $M(a,b) := \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}(\frac{z-a}{b}) = 0\}$, $a \in \mathbb{C},\ b \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.
2. $N(a,b,c) := \{z \in \mathbb{C} \mid az\bar{z} + \bar{b}z + b\bar{z} + c = 0\}$, $a, c \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{C}, ac - b\bar{b} < 0$.

Aufgabe 3: Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen und sei $M \subset U$ eine Teilmenge. Man zeige: Ist U wegzusammenhängend und hat M keinen Häufungspunkt in U, so ist auch $U \setminus M$ wegzusammenhängend.

Aufgabe 4: Berechnen Sie für folgende Funktionen die Wirtinger-Ableitungen in z^0:

1. $f(z) = |z|^6 + 3\mathrm{Re}(z^2\bar{z}^3) + \cos(|z|^2)$ mit $z^0 = i$.
2. $g(z) = \exp(|z|^4 + \mathrm{Im}(z^2)) + z^3 + i\bar{z}$ mit $z^0 = -2 + i$.