PD Dr. S. Orlik **SS 09**

Einführung in die komplexe Analysis

11. Übungsblatt

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Laurent-Reihen von
a) $f_1(z) = \dfrac{1}{z^2+1}$ auf $A(i,0,2)$ und $A(i,2,\infty)$.
b) $f_2(z) = \dfrac{1}{(z^3+2)^2}$ auf kleinen punktierten Kreisscheiben mit Mittelpunkt in den Polen von f_2.

Aufgabe 2: Berechnen Sie für die folgenden Funktionen die Residuen in allen Polen:

$$f(z) = \frac{z^2+z+5}{z(z^2+1)^2} \qquad \text{und} \qquad g(z) = \cos(\frac{1-z}{z}).$$

Aufgabe 3: Für eine offene Teilmenge $U \subset \mathbb{C}$ sei $\mathcal{M}(U)$ die Menge der meromorphen Funktionen auf U. Man zeige, dass $\mathcal{M}(U)$ eine $\mathbb{C}$-Algebra ist, welche $\mathcal{O}(U)$ enthält. Ist U zusammenhängend, so ist $\mathcal{M}(U)$ ein Körper

Aufgabe 4: Berechnen Sie die Integrale

a)
$$\int_{\partial\mathbb{E}} \frac{\sin z}{z^4(z^2+2)}dz, \qquad \int_{\partial\triangle(0,2)} \frac{dz}{\sin^2 z \cdot \cos z}.$$

b)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+1}dx, \qquad \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5-4\cos t}.$$