PD Dr. S. Orlik **SS 09**

Einführung in die komplexe Analysis

1. Übungsblatt

Aufgabe 1: Seien $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$. Sei $T : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung definiert durch $T(z) = \lambda \cdot z + \mu \cdot \bar{z}$. Man zeige:

1. T ist $\mathbb{C}$-linear $\Leftrightarrow T(i) = iT(1) \Leftrightarrow \mu = 0$.
2. T ist bijektiv $\Leftrightarrow \lambda\bar{\lambda} \neq \mu\bar{\mu}$.

Aufgabe 2: Sei $M \subset \mathbb{C}$ eine Teilmenge und M^0 der offene Kern von M. Man beweise folgende Aussagen:

1. M^0 ist offen
2. M ist offen $\Leftrightarrow M^0 = M$.
3. $(M^0)^0 = M^0$.

Aufgabe 3: Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen und sei $f : U \to \mathbb{C}$ eine Abbildung. Man zeige die Äquivalenz folgender Aussagen:

1. f ist stetig
2. für alle offenen Teilmengen $W \subset \mathbb{C}$ ist $f^{-1}(W)$ offen
3. für alle abgeschlossenen Teilmengen $A \subset \mathbb{C}$ ist $f^{-1}(A)$ abgeschlossen.

Aufgabe 4: Sei $K \subset \mathbb{C}$ eine kompakte Teilmenge und $f : K \to \mathbb{C}$ eine stetige Abbildung. Dann ist $f(K)$ kompakt und es existieren $z_{\min}, z_{\max} \in K$ mit $|f(z_{\min})| \leq |f(z)| \leq |f(z_{\max})|$ für alle $z \in K$.