Prof. Dr. S. Orlik
Dr. M. Bender **SS 13**

Algebraische Geometrie

9. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte) Es sei X ein topologischer Raum, $\mathcal{A}$ eine Ringgarbe auf X, und $\mathcal{F}$ ein $\mathcal{A}$-Modul, der lokal frei vom Rang n ist. Zeigen Sie, daß die i-te äußere Potenz $\bigwedge^i \mathcal{F}$ lokal frei vom Rang $\binom{n}{i}$ ist, für alle $i = 1, \dots, n$.

Aufgabe 2: (3 Punkte) Es sei $\{M_i \mid i \in I\}$ eine Familie von A-Moduln, und X die affine Varietät mit Koordinatenring A. Zeigen Sie, daß

$$\bigoplus_{i \in I} \widetilde{M_i} = \widetilde{\bigoplus_{i \in I} M_i}.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte) Es sei $f : X \to Y$ ein Morphismus von affinen Varietäten, A der Koordinatenring von X , B der Koordinatenring von Y, und M ein B-Modul. Zeigen Sie, daß

$$f^*(\widetilde{M}) = \widetilde{M \otimes_B A}.$$

Aufgabe 4: (4 Punkte) Es sei X eine projektive Varietät mit homogenem Koordinatenring S, und M,N graduierte S-Moduln. Zeigen Sie, daß

$$\widetilde{M \otimes_S N} \simeq \widetilde{M} \otimes_{\mathcal{O}_X} \widetilde{N}.$$