**Prof. Dr. S. Orlik** **SS 13**
**Dr. M. Bender**

## Algebraische Geometrie

### 8. Übungsblatt

**Aufgabe 1:** (5 Punkte) Es sei $\mathcal{F}$ eine Garbe abelscher Gruppen auf einem topologischen Raum $X$ und $\mathfrak{U}$ eine offene Überdeckung von $X$. Zeigen Sie, daß der alternierende Kokettenkomplex $(\hat{\mathcal{C}}^\bullet(\mathfrak{U}, \mathcal{F}), d)$ ein Unterkomplex des Kokettenkomplexes $(\mathcal{C}^\bullet(\mathfrak{U}, \mathcal{F}), d)$ ist.

**Aufgabe 2:** (2 + 4 = 6 Punkte) Es sei $k$ ein algebraisch abgeschlossener Körper, $X = \mathbb{P}^1_k$ mit homogenen Koordinaten $T_0, T_1$, und $\mathfrak{U} = \{D(T_0), D(T_1)\}$. Berechnen Sie $H^*(\mathfrak{U}, \mathcal{F})$ für

**(a)** $\mathcal{F} = \underline{\mathbb{Z}}$,

**(b)** $\mathcal{F} = \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1_k}$.

**Aufgabe 3:** (5 Punkte) Es sei

$$\begin{tikzcd} & A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "\alpha"'] & B \arrow[r, "g"] \arrow[d, "\beta"'] & C \arrow[r] \arrow[d, "\gamma"'] & 0 \\ 0 \arrow[r] & A' \arrow[r, "f'"] & B' \arrow[r, "g'"] & C' & \end{tikzcd}$$

ein kommutatives Diagramm mit exakten Zeilen in einer abelschen Kategorie $\mathtt{C}$. Zeigen Sie, daß ein Morphismus $\delta : \ker(\gamma) \to \operatorname{coker}(\alpha)$ existiert, so daß

$$\ker(\alpha) \to \ker(\beta) \to \ker(\gamma) \xrightarrow{\delta} \operatorname{coker}(\alpha) \to \operatorname{coker}(\beta) \to \operatorname{coker}(\delta)$$

eine exakte Sequenz ist.