

Algebraische Geometrie

6. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte) Seien X, Y k -Varietäten. Zeigen Sie, daß

$$\dim(X \times Y) = \dim X + \dim Y.$$

Aufgabe 2: (4 Punkte) Zeigen Sie, daß endliche Morphismen quasi-endlich sind.

Aufgabe 3: (3 + 3 = 6 Punkte) Sei X ein topologischer Raum und \mathcal{A} eine Ringgarbe auf X . Ferner sei \mathcal{F} ein lokal freier \mathcal{A} -Modul und

$$\text{rk} : X \rightarrow \mathbb{Z}_{\geq 0}, \quad x \mapsto \text{rang}_{\mathcal{A}_x}(\mathcal{F}_x).$$

(a) Zeigen Sie, daß rk lokal konstant ist.

(b) Zeigen Sie, daß rk konstant ist, falls X zusammenhängend ist.

Aufgabe 4: (4 Punkte) Es sei X eine irreduzible k -Varietät. Zeigen Sie, daß für alle $p \in X$

$$\dim X = \dim \mathcal{O}_{X,p}.$$

Aufgabe 5: (4 Punkte) Bestimmen Sie die Dimension der k -Varietät $\text{SL}_n(k)$.