Prof. Späth
Dr. Meinhardt

WS 2015/16

3. Übungsblatt zur Linearen Algebra II

Aufgabe 1:
Es sei $A \in \mathrm{M}(3 \times 3; K)$ die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Eigenräume für $K = \mathbb{C}$, $K = \mathbb{R}$ und für den Fall, dass K ein Körper der Charakteristik 2 ist. In welchen Fällen ist A diagonalisierbar?

Aufgabe 2:
Sei $A \in \mathrm{M}(n \times n; K)$ eine quadratische Matrix. Man zeige, dass $A^2 = A$ genau dann gilt, wenn A diagonalisierbar ist und die Eigenwerte von A in $\{0, 1\} \subseteq K$ liegen.

Aufgabe 3:
Sei K ein Körper, so dass sich jedes Polynom aus $K[X]$ als Produkt von Linearfaktoren schreiben lässt. Man zeige, dass es für jede quadratische Matrix $A \in \mathrm{M}(2 \times 2; K)$ eine invertierbare Matrix $S \in \mathrm{M}(2 \times 2; K)$ gibt, so dass SAS^{-1} entweder die Gestalt

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix} \qquad \text{oder} \qquad \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

mit $\lambda, \mu \in K$ hat.

Aufgabe 4:
Beweisen Sie, dass für zwei quadratische Matrizen $A, B \in \mathrm{M}(n \times n; K)$ derselben Größe die Gleichung $\chi_{AB} = \chi_{BA}$ für die charakteristischen Polynome gilt.

Abgabe bis Montag den **16.11.15** um 10:00 Uhr (s.t.) in den Postfächern der Übungsleiter auf D.13. Ab sofort sind Gruppenabgaben für jeweils maximal zwei Studenten gestattet.
Aktuelles und Übungsblätter unter `http://www2.math.uni-wuppertal.de/~meinhard/la2.html`