

Einige Befunde zu PISA 2000

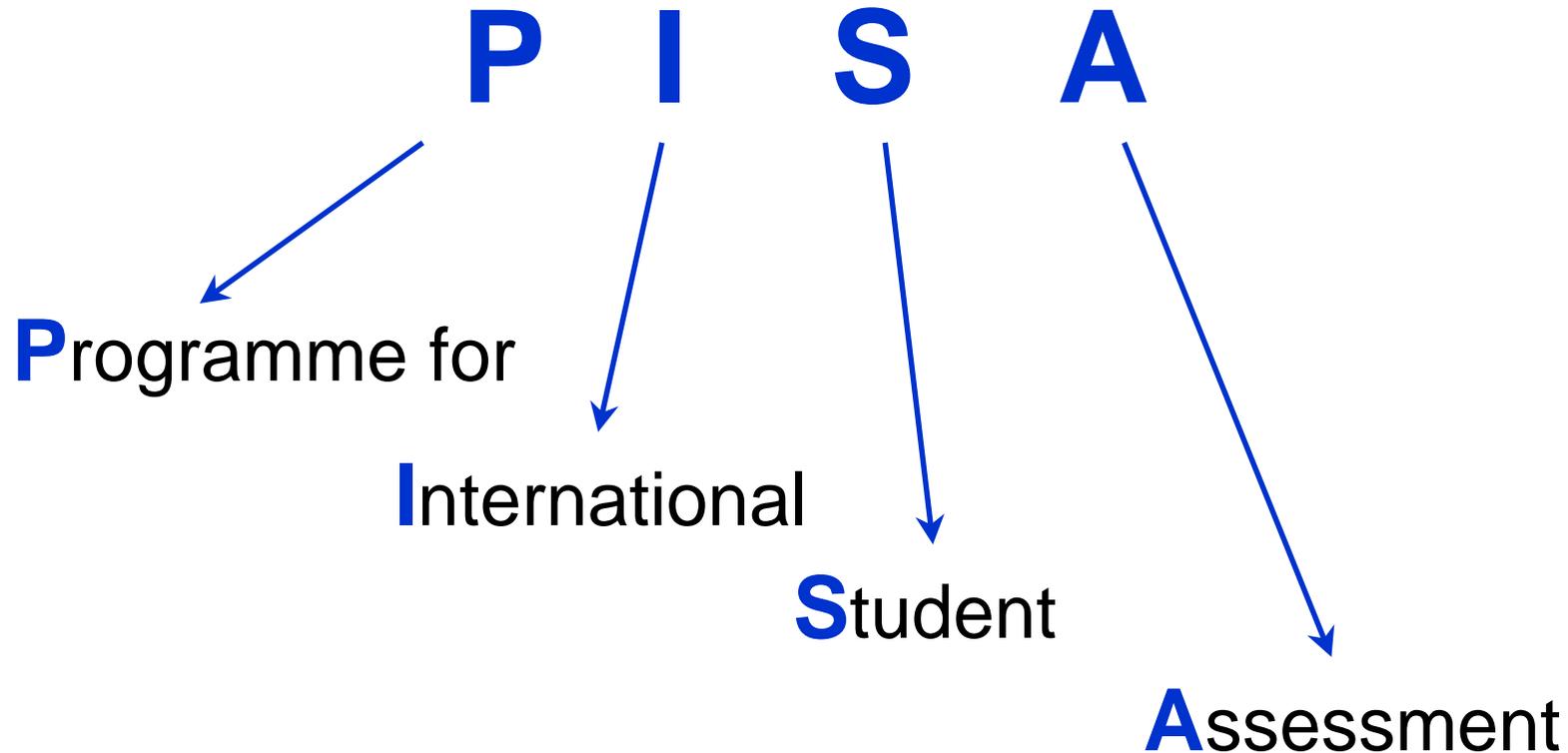
- **„allgemeiner Bildungsnotstand“
oder „nur“ Bildungsgefälle ? -**

Vortragsübersicht

- Ziele und Methoden der Studie
- Einige Befunde aus PISA-2000 und PISA-2000-E
- Folg(erung)en ?

1. Ziele und Methoden der Studie

1.1 Grundsätzliches



Es geht um die Gewinnung vergleichender Daten über die Funktions- und Leistungsfähigkeit der Pflichtschulbildungssysteme von 32 Staaten. Daher richtet sich das Augenmerk auf 15-jährige Schülerinnen und Schüler.

Erfasst werden sollen Kompetenzen in den Bereichen

Lesekompetenz

(Reading Literacy),

mathematische Grundbildung

(Mathematical Literacy),

Naturwissenschaftliche Grundbildung

(Scientific Literacy).

Neben den Leistungstests werden Begleitfragebögen eingesetzt, um möglichst viele Informationen über schulische Randbedingungen zu gewinnen.

Um Trends erfassen zu können, erfolgen insgesamt drei Erhebungen. Die erste fand 2000 statt, die nächste steht für das Jahr 2003 an und die letzte wird 2006 erfolgen.

2000 war die *Lesekompetenz* der Testschwerpunkt,

2003 wird es die *mathematische Grundbildung* sein,

2006 wird die *naturwissenschaftliche Grundbildung* den Schwerpunkt bilden.

An der Erhebung PISA 2000 nahmen teil

28 OECD-Mitgliedstaaten:

Australien	Irland	Mexiko	Schweden
Belgien	Island	Neuseeland	Schweiz
Dänemark	Italien	Niederlande	Spanien
Deutschland	Japan	Norwegen	Tschechische Republik
Finnland	Kanada	Österreich	Ungarn
Frankreich	Korea	Polen	Vereinigtes Königreich
Griechenland	Luxemburg	Portugal	Vereinigte Staaten

4 nicht OECD-Mitgliedstaaten:

Brasilien	Liechtenstein
Lettland	Russische Föderation

Da nationale Ergänzungsuntersuchungen im Rahmen von PISA erlaubt sind, entschloss sich die KMK, nationale Ergänzungstests in Auftrag zu geben und im Jahr 2000 neben der internationalen Vergleichstichprobe mit rund 5000 15-jährigen aus 219 Schulen auch eine nationale Stichprobe mit etwa 48000 Schülern aus 1479 Schulen testen zu lassen. Diese Stichprobe besteht aus zwei sich überlappenden Stichproben von etwa 34000 15-jährigen und rund 34000 Neuntklässlern.

Zweck dieser Zusatzerhebung war die Gewinnung von Daten, die Vergleiche auch zwischen deutschen Teilpopulationen (Unterteilung nach Schultypen, Bundesländern, Leistungsgruppen, ...) ermöglichen.

Die deutsche Mathematikarbeitsgruppe nutzte diese Möglichkeit, um einen nationalen Mathematiktest mit 86 Items zu konstruieren, der eher am deutschen **Kerncurriculum** orientiert war und für wichtig gehaltene Einzelfertigkeiten auch in isolierter Form prüfte.

Der **internationale Mathematiktest** (31 Items) war dagegen sehr stark an der Fähigkeit ausgerichtet, mathematisches Wissen funktional, mit Einsicht und flexibel in **variierenden Anwendungssituationen** einsetzen zu können. Seine Konzeption entsprach daher einem **normativen** Standpunkt und ließ eine curriculare Orientierung als nachrangig erscheinen.

1.2 Testkonstruktion

Bei der Konstruktion des internationalen Tests wurden die Items sogenannten **Kompetenzklassen** zugeordnet.

Klasse 1: Zur Lösung werden Kenntnisse von Fakten und einfachen Berechnungen benötigt.

(kurz: „**Reproduction**“)

Klasse 2: Zur Lösung sind auch Querverbindungen zwischen unterschiedlichen mathematischen Inhalten oder zwischen Mathematik und Realität herzustellen.

(kurz: „**Connection**“)

Klasse 3: Zur Lösung ist einsichtsvolles mathematisches Denken und strukturelles Verallgemeinern nötig.

(kurz: „**Reflection**“).

Zur Konstruktion des nationalen Tests wurden zunächst fünf Kompetenzklassen für Items gebildet, die später wieder zu drei Klassen zusammengefasst wurden.

Nat. Klasse 1: Die Bearbeitung erfordert nur direkt einsetzbare technische Fertigkeiten und/oder Faktenwissen.
(kurz: „**Technische Aufgaben**“)

Nat. Klasse 2: Die Bearbeitung erfordert das Finden eines mathematischen Ansatzes bzw. Modells und das resultierende algorithmische Lösungsverfahren dominiert.
(kurz: „**Rechnerische Modellierungsaufgaben**“)

Nat. Klasse 3: Der Ansatz bzw. das Modell und die Bearbeitung erfordern überwiegend *begriffliche* Schritte.
(kurz: „**Begriffliche Modellierungsaufgaben**“)

1.2.1 Das Raschmodell

Für die Testkonstruktion (und die spätere Auswertung) wurde ein Testmodell gewählt, das die Verteilung von Testitems auf mehrere Testhefte erlaubt und die Annahme macht, dass sich das Lösen eines Items durch einen Probanden als Zufallsexperiment des folgenden Typs auffassen lässt:

- (1) Jeder Aufgabe i lässt sich ein *Schwierigkeitsparameter* δ_i und jedem Probanden k ein *Fähigkeitsparameter* θ_k so zuordnen, dass für alle Aufgaben i und alle Probanden k gilt:

$$P(k \text{ löst } i) = \frac{1}{1 + \exp(\delta_i - \theta_k)}$$

(*logistische Aufgabencharakteristik*)

(2) Für jeden Probanden k sind seine Aufgabenbearbeitungen als Zufallsexperimente voneinander unabhängig.

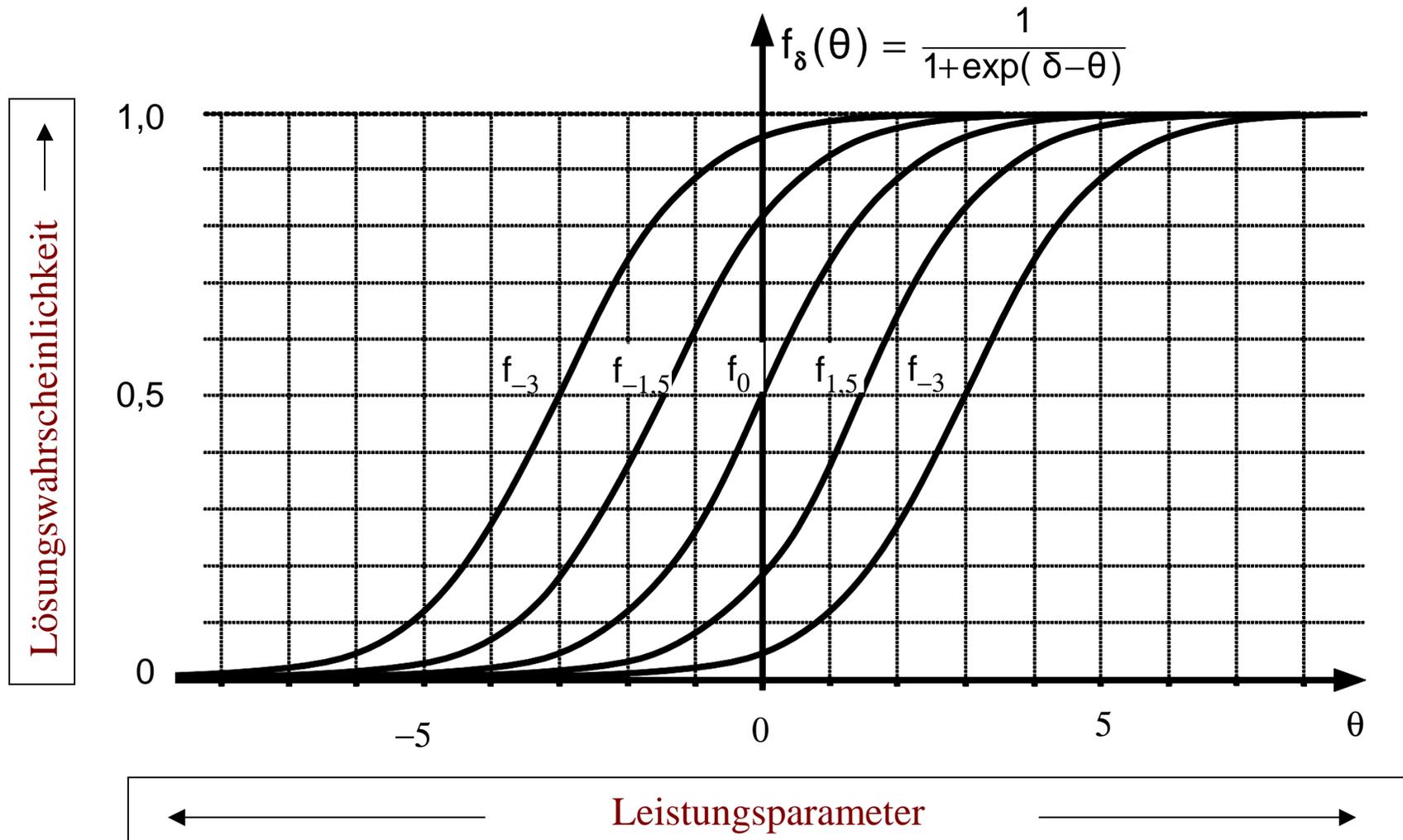
(*lokale stochastische Unabhängigkeit*)

(3) Die Antwortvektoren aller Probanden sind unabhängige Zufallsgrößen.

(*globale stochastische Unabhängigkeit*)

Wenn diese Modellvorstellung auf die Bearbeitung eines Tests durch eine Probandenpopulation zutrifft, so kann man davon sprechen, dass dieser Test ein **formal ein-dimensionales** Probandenmerkmal definiert. Dies bedeutet **nicht**, dass alle Aufgaben die gleichen Bearbeitungstechniken verlangen.

Beispiel für die Itemcharakteristiken eines *Raschmodells*:



1.2.2 OECD-PISA-Index und Kompetenzstufen

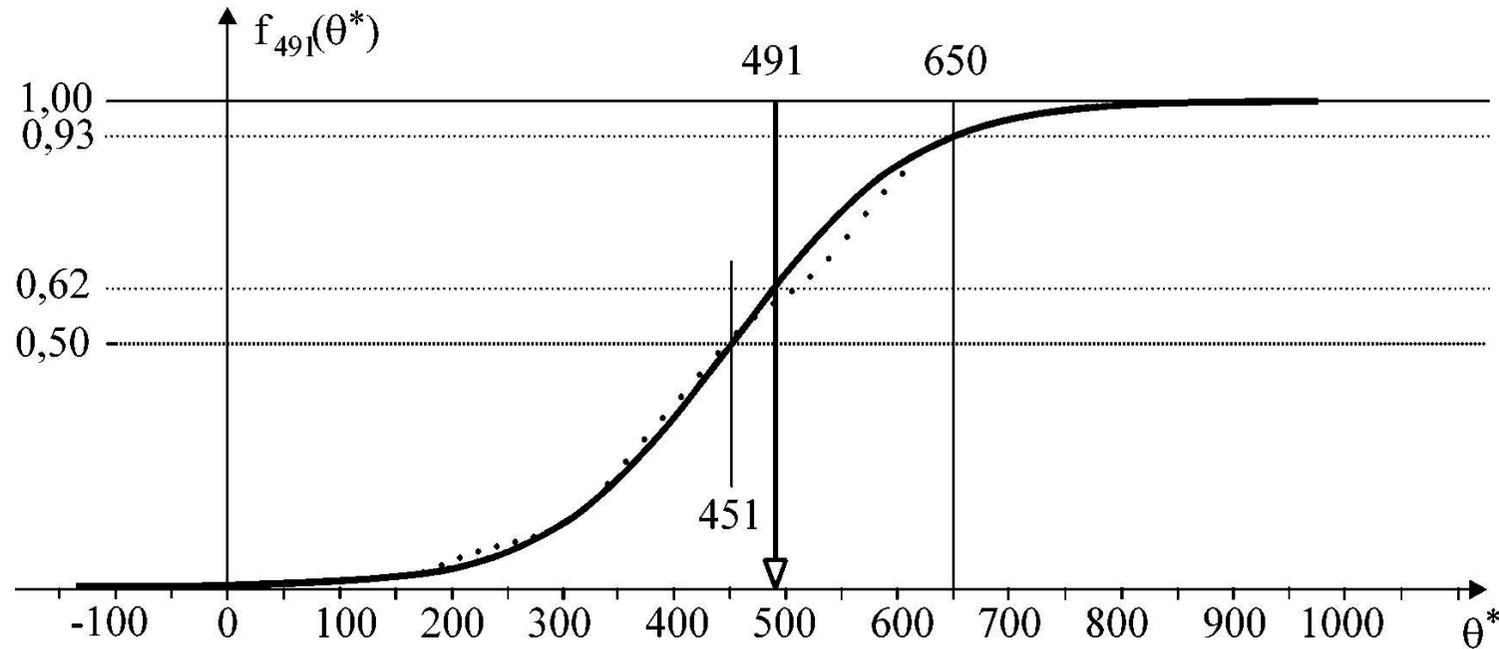
Mit dem Mittelwert μ (normiert auf 0) und der Standardabweichung σ ($\approx 1,31$) der geschätzten θ -Werte in der OECD-Gesamtpopulation wurden sowohl die *Fähigkeitswerte* als auch die *Schwierigkeitsparameter* in der Form

$$\tau(x) := 500 + 100 \frac{x - \mu}{\sigma}$$

transformiert.

Als ***PISA-Index*** für eine Aufgabe i wurde dann jedoch an Stelle von $\tau(\delta_i)$ der Fähigkeitswert eines Probanden verwendet, der für diese Aufgabe die Lösungswahrscheinlichkeit 62% besitzt. Dies entspricht der Addition einer Konstanten (≈ 40) auf alle Werte $\tau(\delta_i)$.

Beispiel für die Abhängigkeit der Lösungswahrscheinlichkeit von den transformierten Parametern:



Zugehöriges Item:

Eine Glasfabrik stellt Flaschen her. 2 % der Flaschen sind fehlerhaft; dies sind 160 Flaschen. Wie viele Flaschen wurden insgesamt hergestellt?

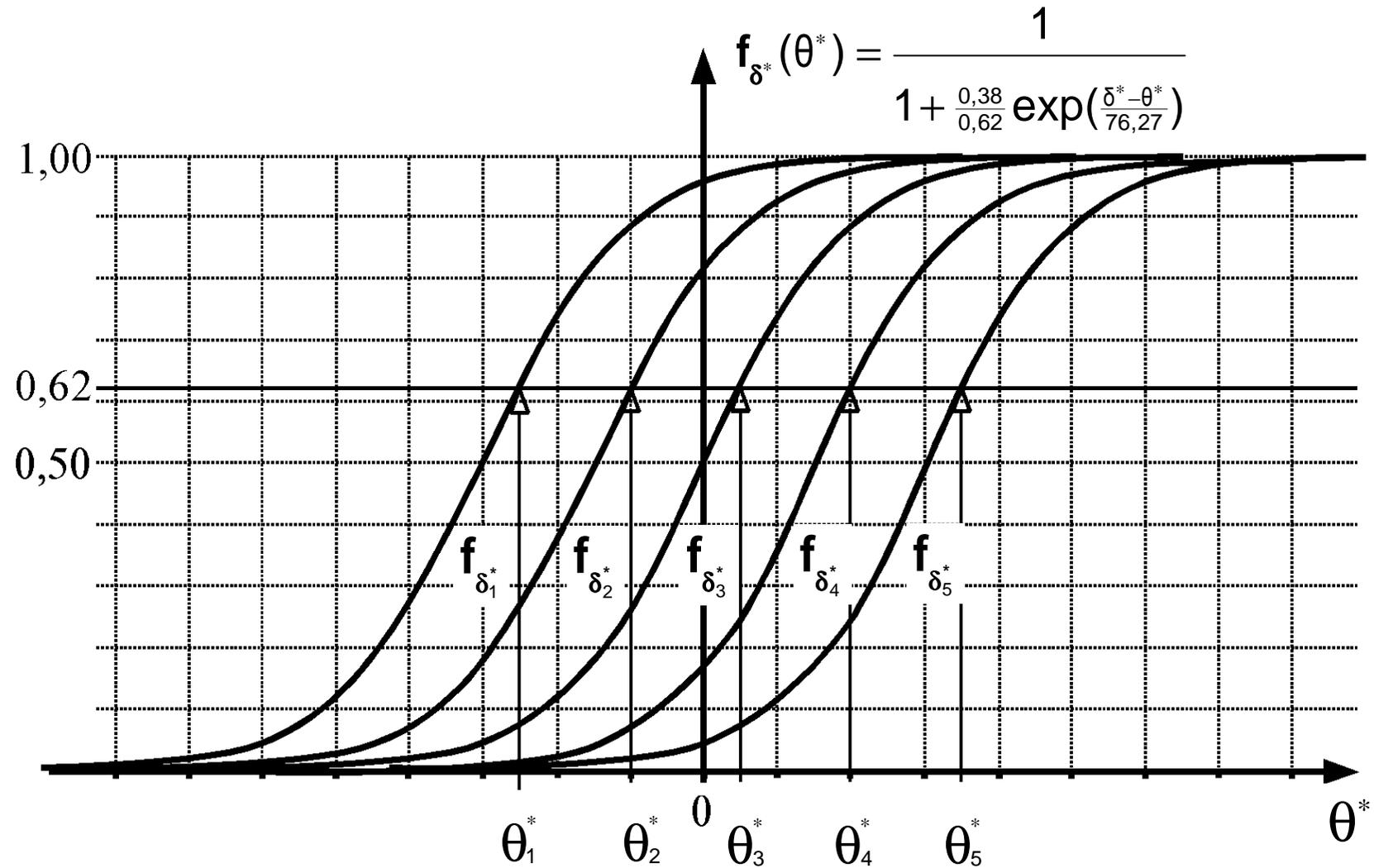
- 320 Flaschen 3200 Flaschen 800 Flaschen 8000 Flaschen
 12 500 Flaschen

Zur Definition sogenannter **Kompetenzstufen** wurde eine Zerlegung der Fähigkeitsskala durch fünf Intervalle des Typs $S_{a,b} := [a;b[$ gebildet. Eine Aufgabe wurde genau dann einer Kompetenzstufe S zugeordnet, wenn es einen Fähigkeitswert aus S gab, bei dem ihre Lösungswahrscheinlichkeit 0,62 betrug.

Die gewählten „Stufen“ waren

„unter I“:	$] -\infty ; 329 [$
I:	$[329; 422 [$
II:	$[422; 512 [$
III:	$[512; 604 [$
IV:	$[604; 696 [$
V:	$[696; \infty [$

Verlauf der Itemcharakteristiken von *Schwellenaufgaben*:



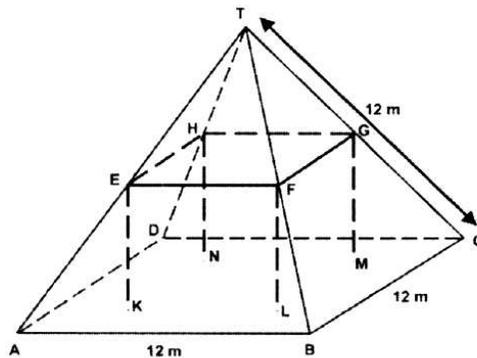
2.1 Beispiele für internationale Items

Bauernhöfe

Hier siehst du ein Foto eines Bauernhauses mit pyramidenförmigem Dach.



Nachfolgend siehst du eine Skizze mit den entsprechenden Maßen, die eine Schülerin vom **Dach** des Bauernhauses gezeichnet hat.



Der Dachboden, in der Skizze ABCD, ist ein Quadrat. Die Balken, die das Dach stützen, sind die Kanten des Quaders (rechtwinkliges Prisma) EFGHKL MN. E ist die Mitte von \overline{AT} , F ist die Mitte von \overline{BT} , G ist die Mitte von \overline{CT} und H ist die Mitte von \overline{DT} . Jede Kante der Pyramide in der Skizze misst 12 m.

1 Berechne den Flächeninhalt des Dachbodens ABCD.

Der Flächeninhalt des Dachbodens ABCD = _____ m²

2 Berechne die Länge von \overline{EF} , einer der waagerechten Kanten des Quaders.

Die Länge von \overline{EF} = _____ m

Aufgabe 1 gehört zu Klasse 1.

Index: 492;

Pr.korr.: 51%

Aufgabe 2 gehört zu Klasse 2.

Index: 524;

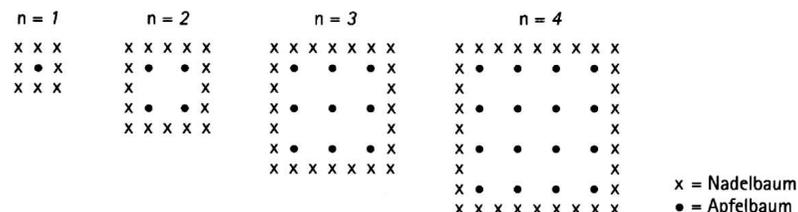
Pr.korr.: 41%

(Auszug aus [1], Abb. 3.3, S.152)

Der Aufgabenblock Äpfel:

Ein Bauer pflanzt Apfelbäume an, die er in einem quadratischen Muster anordnet. Um diese Bäume vor dem Wind zu schützen, pflanzt er Nadelbäume um den Obstgarten herum.

Im folgenden Diagramm siehst du das Muster, nach dem Apfelbäume und Nadelbäume für eine beliebige Anzahl (n) von Apfelbaumreihen gepflanzt werden:



1 Vervollständige die Tabelle:

n	Anzahl Apfelbäume	Anzahl Nadelbäume
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

2 Es gibt zwei Formeln, die man verwenden kann, um die Anzahl der Apfelbäume und die Anzahl der Nadelbäume für das oben beschriebene Muster zu berechnen:

$$\text{Anzahl der Apfelbäume} = n^2$$

$$\text{Anzahl der Nadelbäume} = 8n$$

wobei n die Anzahl der Apfelbaumreihen bezeichnet.

Es gibt einen Wert für n , bei dem die Anzahl der Apfelbäume gleich groß ist wie die Anzahl der Nadelbäume. Bestimme diesen Wert und gib an, wie du ihn berechnest.

3 Angenommen, der Bauer möchte einen viel größeren Obstgarten mit vielen Reihen von Bäumen anlegen. Was wird schneller zunehmen, wenn der Bauer den Obstgarten vergrößert: die Anzahl der Apfelbäume oder die Anzahl der Nadelbäume? Erkläre, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Aufgabe 1 gehört zu **Klasse 2**.

Index: 547

Pr.korr.: 48%

Aufgabe 2 gehört zu **Klasse 2**.

Index: 655

Pr.korr.: 25%

Aufgabe 3 gehört zu **Klasse 3**.

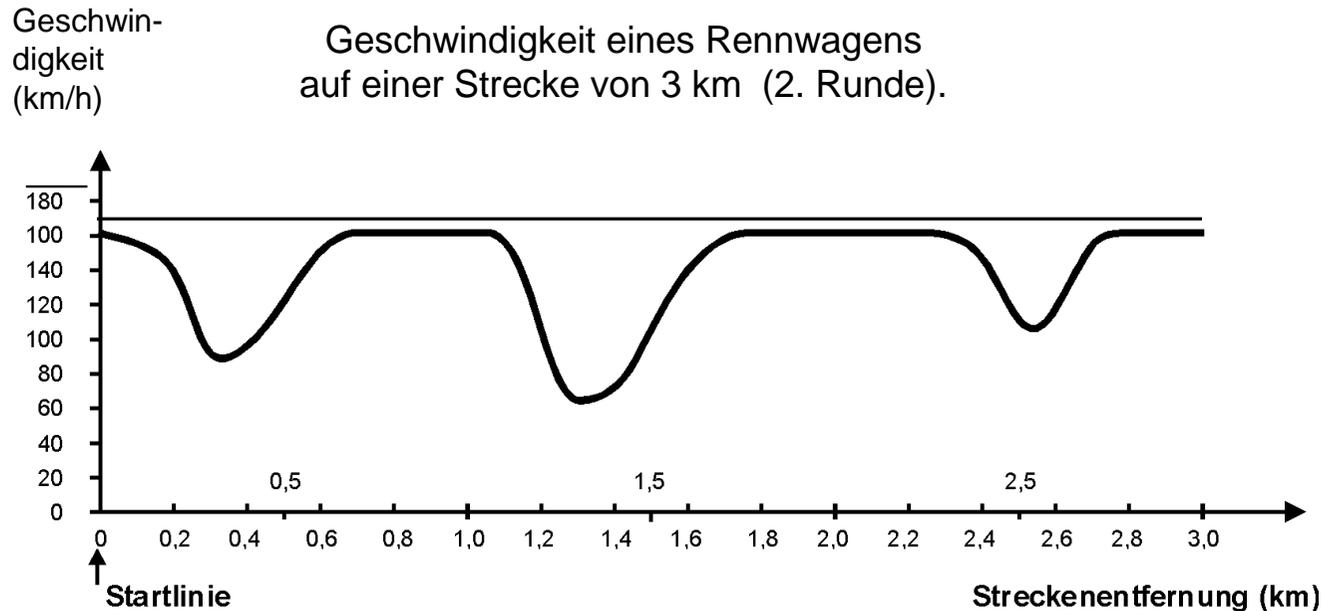
Index: 722

Pr.korr.: 9%

(Auszug aus [1], Abb. 3.2, S.151)

Der Aufgabenblock Rennwagen:

Dieser Graph zeigt, wie die Geschwindigkeit eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer drei Kilometer langen ebenen Rennstrecke variiert.



1 Wie groß ist die ungefähre Entfernung von der Startlinie bis zum Beginn des längsten geradlinigen Abschnitts der Rennstrecke?

- A 0,5 km B 1,5 km C 2,3 km D 2,6 km

Frage 1 gehört zu Klasse 2.

Pr.korr.: 68%

Der Aufgabenblock Rennwagen (Fragen):

2 Wo wurde während der zweiten Runde die geringste Geschwindigkeit gemessen?

A an der Startlinie

B bei etwa 0,8 km

C bei etwa 1,3 km

D nach der halben Runde

3 Was kannst du über die Geschwindigkeit des Wagens zwischen den Markierungen 2,6 km und 2,8 km sagen?

A Die Geschwindigkeit des Wagens bleibt konstant.

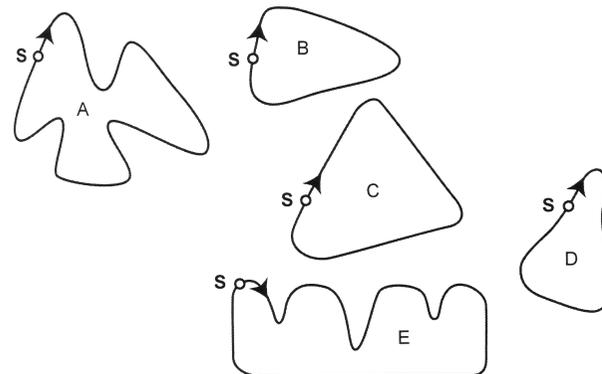
B Die Geschwindigkeit des Wagens nimmt zu.

C Die Geschwindigkeit des Wagens nimmt ab.

D Die Geschwindigkeit des Wagens kann anhand des Graphen nicht bestimmt werden.

4 Hier siehst du Abbildungen von fünf Rennstrecken:

Auf welcher dieser Rennstrecken fuhr der Wagen, so dass der am Anfang gezeigte Geschwindigkeitsgraph entstand?



Die Fragen 2 und 3 gehören zu Klasse 1.

Pr.korr.: 81% bzw. 83%

Frage 4 gehört zu Klasse 2.

Pr.korr.: 28%

Die Aufgabe *Fläche eines Kontinents*:

Hier siehst du eine Karte der Antarktis.



Schätze die Fläche der Antarktis, indem du den Maßstab der Karte benutzt.

Schreibe deine Rechnung auf und erkläre, wie du zu deiner Schätzung gekommen bist. (Du kannst in der Karte zeichnen, wenn dir das bei deiner Schätzung hilft.)

Klasse: 2

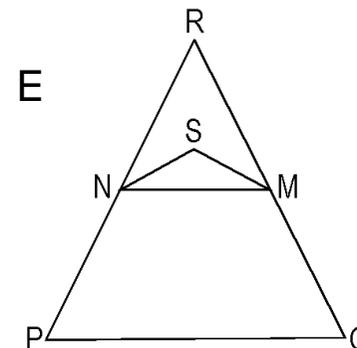
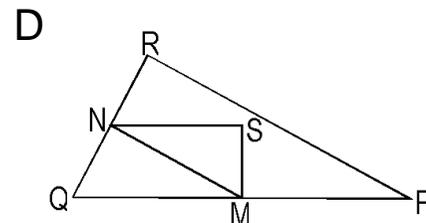
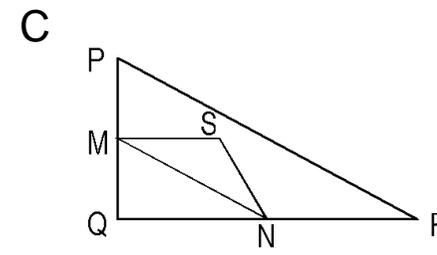
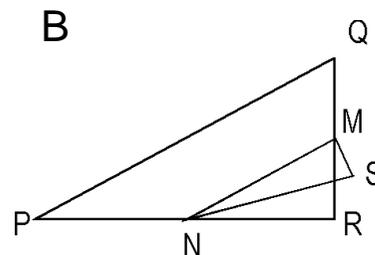
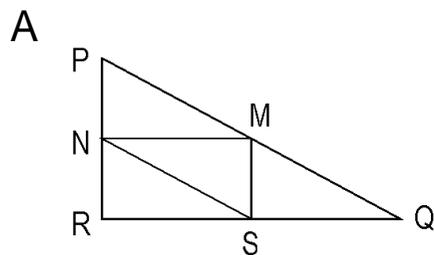
Pr.korr.: 12%

Ein „Kuriosum“ (höhere Lösungsquote in der deutschen Population als in der OECD-Gesamtstichprobe):

Dreiecke

Kreise die Figur ein, die zur folgenden Beschreibung passt.

Das Dreieck PQR hat einen rechten Winkel in R. Die Strecke \overline{RQ} ist kürzer als die Strecke \overline{PR} . M ist Mittelpunkt der Strecke \overline{PQ} und N ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{QR} . S ist ein Punkt im Inneren des Dreiecks. Die Strecke \overline{MN} ist länger als die Strecke \overline{MS} .



Pr.korr.: int. 59%, nat. 65%

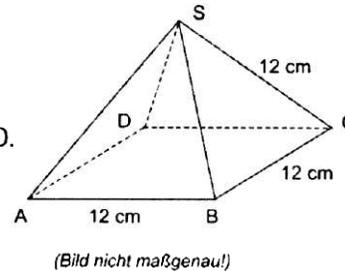
(Auszug aus [1], Abb. 3.13, S. 178)

2.2 Beispiele für nationale Items

Pyramide

Die Grundfläche einer Pyramide ist ein Quadrat.
Jede Kante der skizzierten Pyramide misst 12 cm.

- 1 Berechne den Flächeninhalt der Grundfläche ABCD.
- 2 Bestimme den Flächeninhalt einer der dreieckigen Seitenflächen. Erkläre, wie du deine Antwort gefunden hast.



Pyramide 1: NK2.

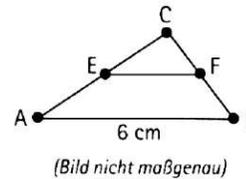
Thr = 503; (51%)

Pyramide 2: NK2.

Thr = 810; (4%)

Dreieck

Die Seite \overline{AB} des Dreiecks ABC ist 6 cm lang. Es werden die Mittelpunkte E und F der Seiten \overline{AC} und \overline{BC} eingezeichnet. Wie lang ist \overline{EF} ?



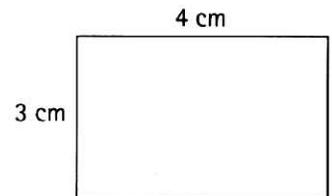
Dreieck: NK2.

Thr = 618; (33%)

Rechteck

Ein Rechteck ist 4 cm lang und 3 cm breit.
Wie groß ist sein Flächeninhalt?

- | | |
|---|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 12 cm ² | <input type="checkbox"/> 12 cm |
| <input type="checkbox"/> 7 cm | <input type="checkbox"/> 14 cm |
| <input type="checkbox"/> 7 cm ² | |



Rechteck: NK1.

Thr = 383; (85%)

(Auszüge aus [1], Abb. 3.3, S.152)

Beispiele für nationale Items zur Prozentrechnung

Items mit „Standardlösungsalgorithmus“:

Glasfabrik, Version 1

Eine Glasfabrik stellt am Tag 8000 Flaschen her. 2 % der Flaschen haben Fehler. Wie viele sind das?

- 16 Flaschen 80 Flaschen 400 Flaschen
 40 Flaschen 160 Flaschen

Version 1: NK2.

Thr = 471; (68%)

Glasfabrik, Version 2

Eine Glasfabrik stellt am Tag 8000 Flaschen her. Erfahrungsgemäß sind ca. 160 Flaschen fehlerhaft. Wie viel Prozent sind das?

- 0,02 % 1,28 % 5 %
 0,5 % 2 %

Version 2: NK2.

Thr = 556; (47%)

Glasfabrik, Version 3

Eine Glasfabrik stellt Flaschen her. 2 % der Flaschen sind fehlerhaft; dies sind 160 Flaschen. Wie viele Flaschen wurden insgesamt hergestellt?

- 320 Flaschen 3200 Flaschen 12500 Flaschen
 800 Flaschen 8000 Flaschen

Version 3: NK2.

Thr = 491; (66%)

(Auszüge aus [1], Abb. 3.4, S.154)

Items mit „mehrschrittiger“ Bearbeitung:

Miete

In einer Großstadt kostete 1985 eine 70 m²-Wohnung 1000 DM Miete pro Monat. Seit 1985 stieg der Mietpreis alle 5 Jahre um 20 %.

Welche Monatsmiete musste dann 1995 für diese Wohnung gezahlt werden?
Schreibe auf, wie du rechnest.

NK2. Thr = 648; (18%)

Sparen

Karina hat 1000 DM in ihrem Ferienjob verdient. Ihre Mutter empfiehlt ihr, das Geld zunächst bei einer Bank für 2 Jahre festzulegen (Zinseszins!). Dafür hat sie zwei Angebote:

- a) „Plus“-Sparen: Im ersten Jahr 3 % Zinsen, im zweiten Jahr dann 5 % Zinsen.
- b) „Extra“-Sparen: Im ersten und zweiten Jahr jeweils 4 % Zinsen.

Karina meint: „Beide Angebote sind gleich gut.“ Was meinst du dazu?
Begründe deine Antwort !

NK2. Thr = 700; (16%)

(Auszüge aus [1], Abb. 3.4, S.154)

Das Item Fahrradunfälle (Vortext):

Eine Zeitung meldet:

70 % aller mit dem Fahrrad verunglückten Kinder sind Jungen. Jungen auf dem Rad sind also stärker gefährdet als Mädchen.

Die Zeitungsmeldung beruht auf folgender Tabelle, in der die 10 000 Schülerinnen und Schüler einer Region, die mit dem Fahrrad zur Schule fahren, nach Geschlecht und Unfallbeteiligung aufgeführt sind.

	Verunglückt	Nicht verunglückt	Insgesamt Jungen/Mädchen
Jungen	70	8 400	8 470
Mädchen	30	1 500	1 530
Kinder insgesamt	100	9 900	10 000

Beurteile die Zeitungsmeldung mittels der Tabelle:

Das Item Fahrradunfälle (Frageteil):

- (1) Die Zeitungsmeldung, dass 70 % aller mit dem Fahrrad verunglückten Kinder Jungen sind, ist
- richtig, falsch , nicht anhand der Tabelle zu beantworten.
- (2) Begründe: Die Zeitungsmeldung, dass Jungen stärker gefährdet als Mädchen sind, ist
- richtig, weil ... falsch , weil ...

Teil 1: NK3.

Thr = 497; (64%)

Teil 2: NK2.

Thr = 674; (21%)

Abschließende Beispiele für nationale Items:

Brötchen

7 Brötchen kosten 3,15 DM. Was kosten 11 Brötchen?

- 5,05 DM 4,95 DM 4,85 DM 4,75 DM 4,65 DM

NK2.

Thr = 362; (87%)

Rechnung

Rechne und kreuze die richtige Lösung an! $4 + 3 \cdot (2 + 1) =$

- 11 13 14 15 21

NK1.

Thr = 504; (61%)

Multiplikation

Multipliziere aus und kreuze die richtige Antwort! $(2x - 3y)^2 =$

- $4x^2 - 9y^2$
 $4x^2 + 6xy + 9y^2$
 $4x^2 - 6xy + 9y^2$
 $4x^2 - 12xy + 9y^2$
 $4x^2 - 12xy - 9y^2$

NK1.

Thr = 612; (35%)

(Gy: 66%)

Zum Gleichungs- und Funktionsbegriff:

Quadratische Gleichung

Löse die Gleichung $4x + 4 = 3x^2$.

NK1.

Thr = 797; (6%)

(Gy: 17%)

Gleichung

Für zwei Zahlen x ($x > 0$) und y gilt die Gleichung $x \cdot y = 1$.
Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- Wenn der Wert von x größer als 1 ist, so ist der Wert von y negativ.
- Wenn der Wert von x größer als 1 ist, so ist der Wert von y größer 1.
- Wenn der Wert von x kleiner als 1 ist, so ist der Wert von y kleiner als 1.
- Wenn der Wert von x zunimmt, so nimmt auch der Wert von y zu.
- Wenn der Wert von x zunimmt, so nimmt auch der Wert von y ab.

NK2.

Thr = 640; (25%)

Funktionswert (Teil 3 einer Aufgabe)

Die Funktion mit der Gleichung $y = 2x - 1$ soll untersucht werden.

(3) Berechne für $x = 100$ den y -Wert.

NK1.

Thr = 583; (40%)

Eine Partitionsaufgabe:

31 Pfennig

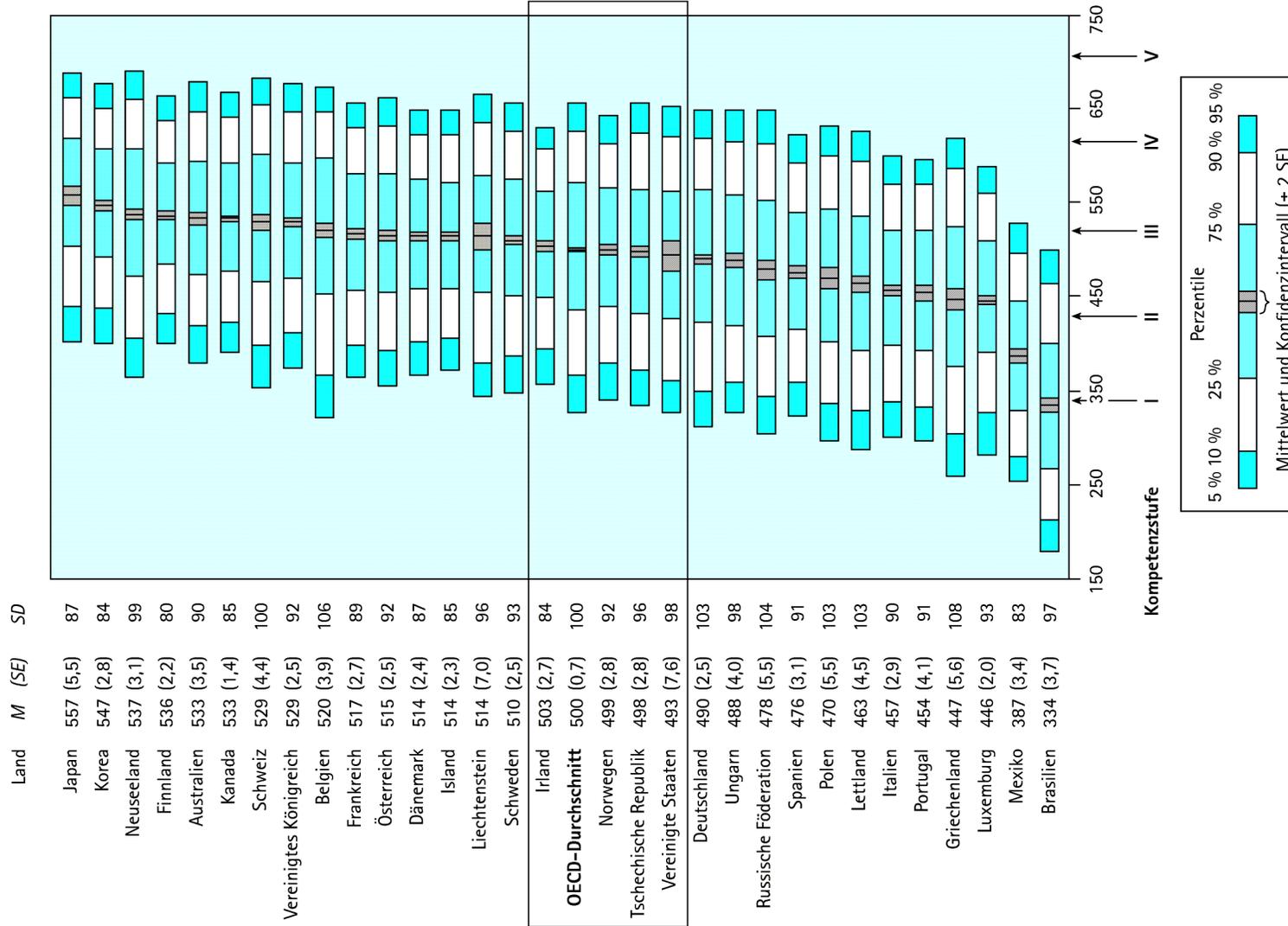
Wie kannst du einen Geldbetrag von genau 31 Pfennigen hinlegen, wenn du nur
10-Pfennig-, 5-Pfennig- und 2-Pfennig-Münzen
zur Verfügung hast? Gib **alle** Möglichkeiten an.

NK3.

Thr = 797; (3%) (4-5 Mögl.: 18%)

2.3 Leistungsverteilungen

2.3.1 Internationale Rangbildung:



(Quelle: [1], S. 174)

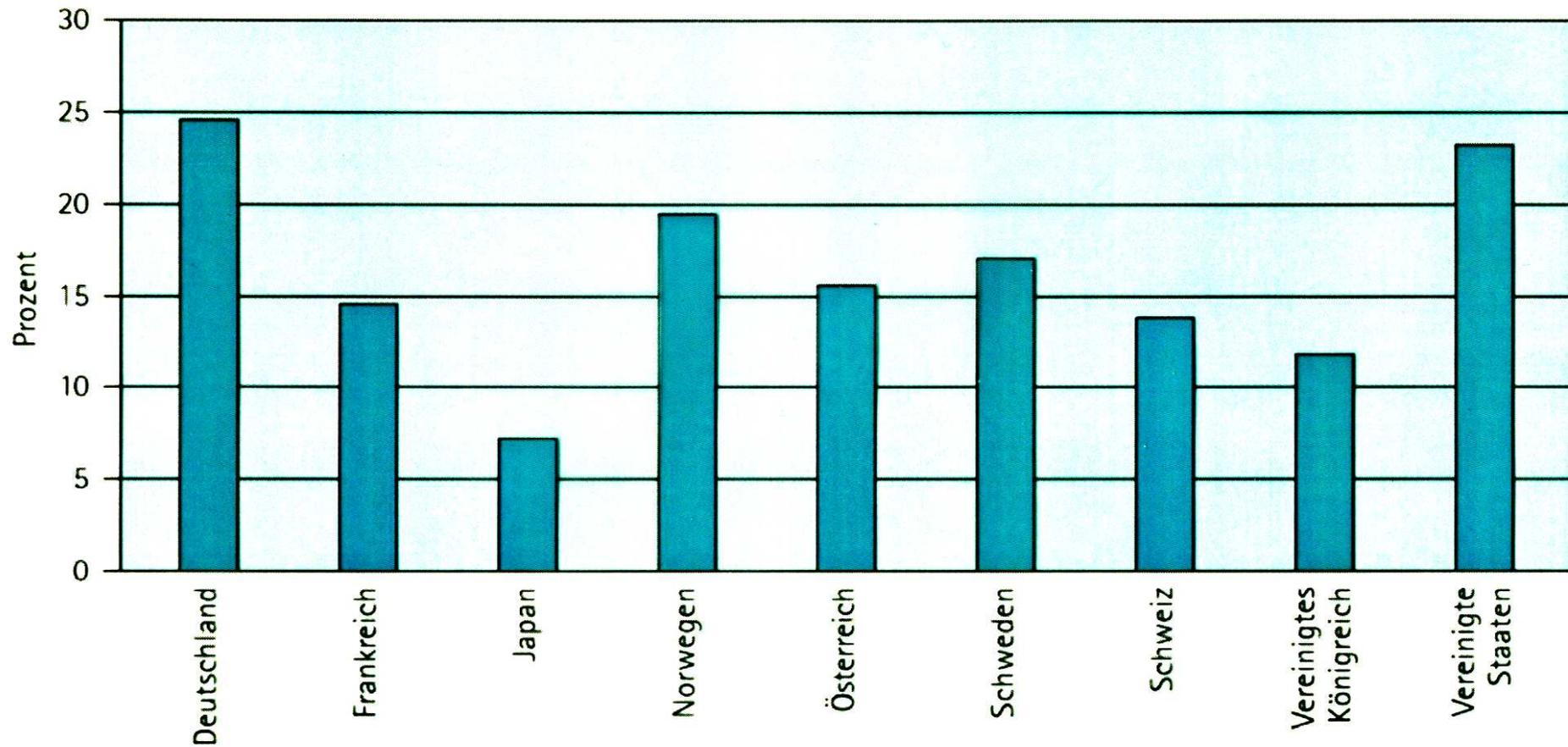
2.3.2 Nationale Verteilungen auf Kompetenzstufen:

Kompetenzstufe	HS	IGS	RS	Gy
V (ab 696)	0,0%	0,6%	0,5%	4,2%
IV (ab 604)	0,4%	4,1%	6,5%	31,9%
III (ab 512)	6,5%	24,2%	36,1%	48,0%
II (ab 422)	37,1%	40,7%	42,4%	14,8%
I (ab 329)	38,6%	24,6%	12,7%	1,1%
< I (bis 328)	17,4%	6,2%	2,0%	0,0%

Verteilungen der 15-jährigen auf die Kompetenzstufen, nach Bildungsgängen getrennt.

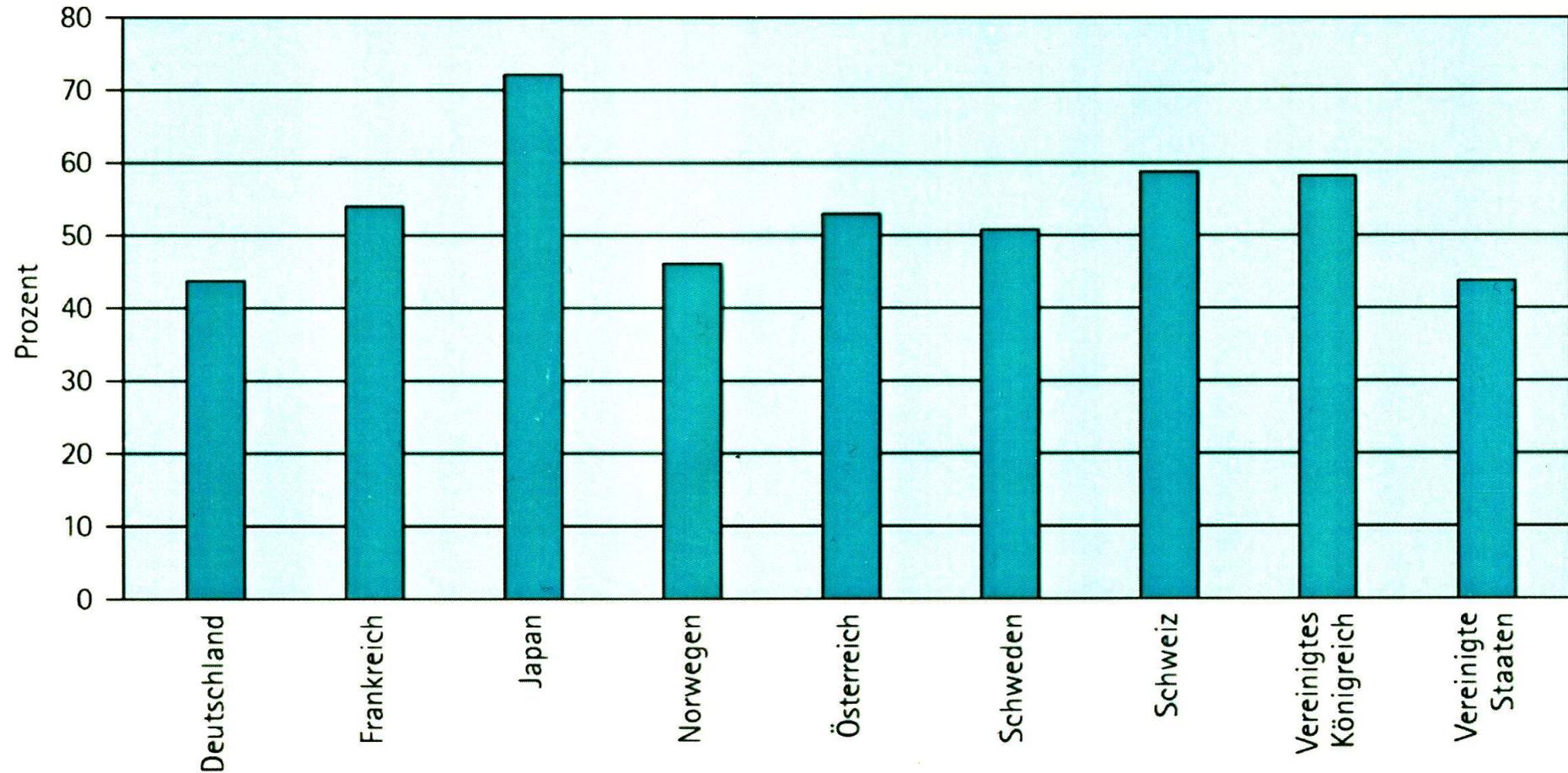
(Quelle: [2], Tabb. 2, S. 184)

Vergleich von Risikogruppenanteilen:



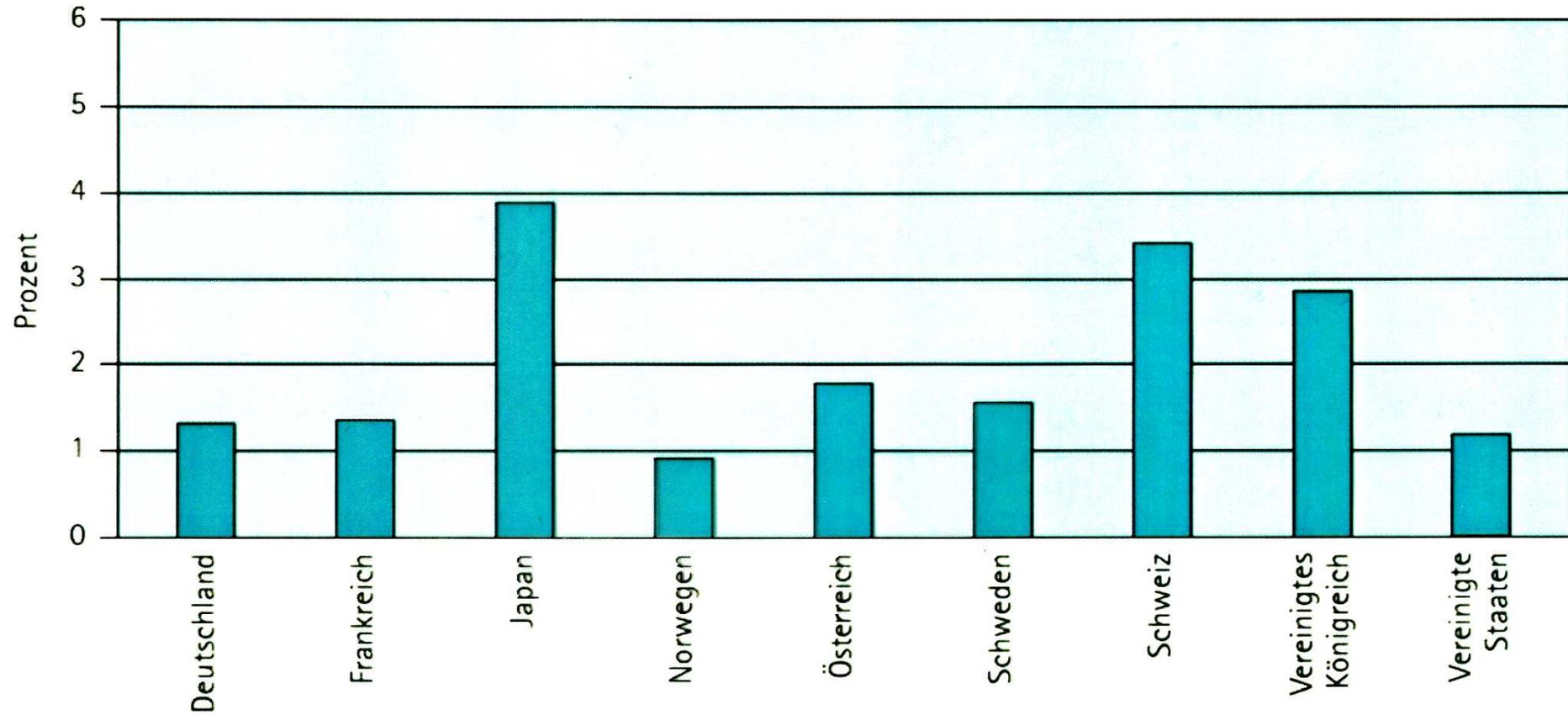
(Quelle: [1], Abb. 3.10, S. 171)

Vergleich von Gruppenanteilen mit Mindeststandard:



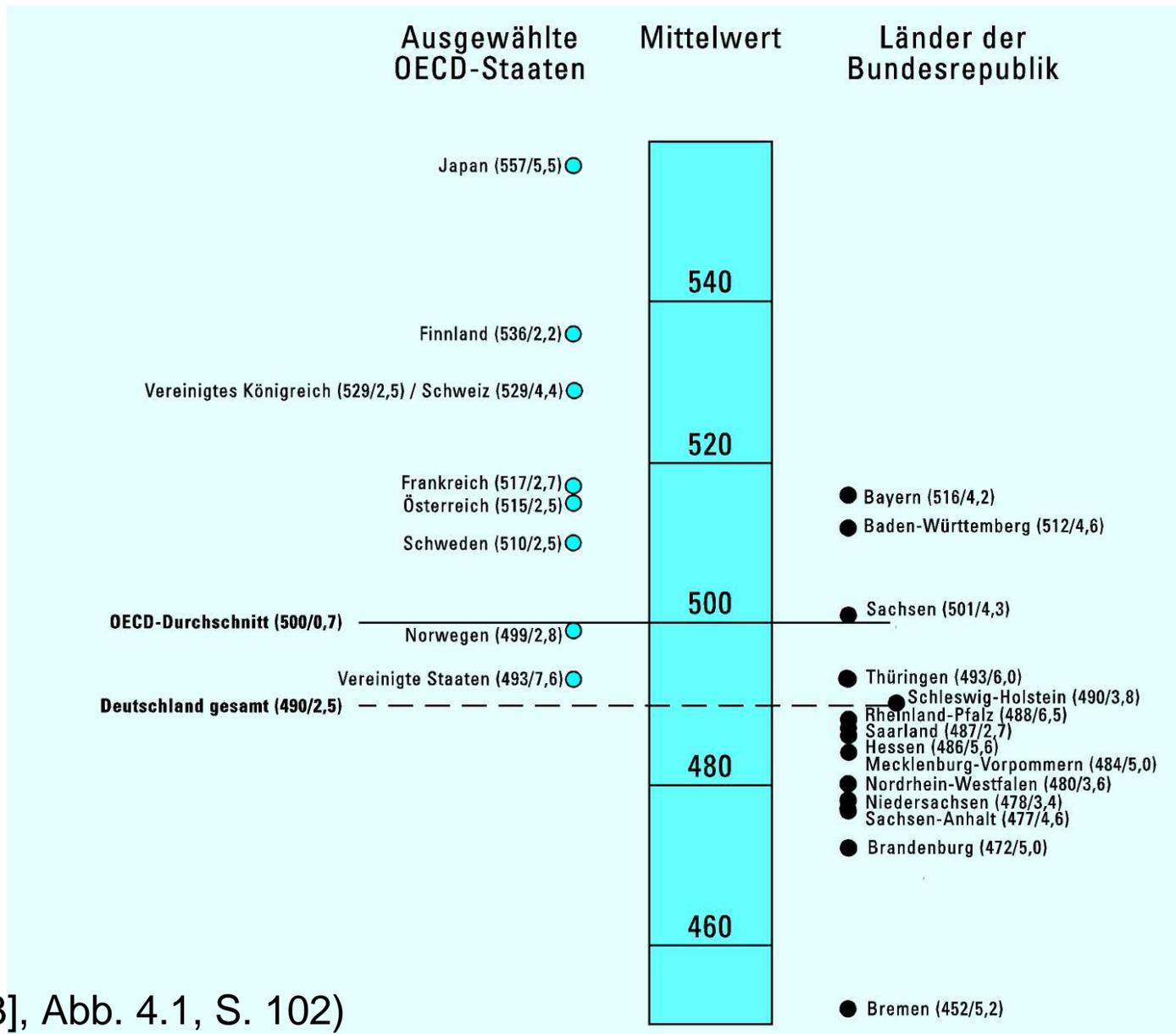
(Quelle: [1], Abb. 3.9, S. 171)

Vergleich von Spitzengruppenanteilen:



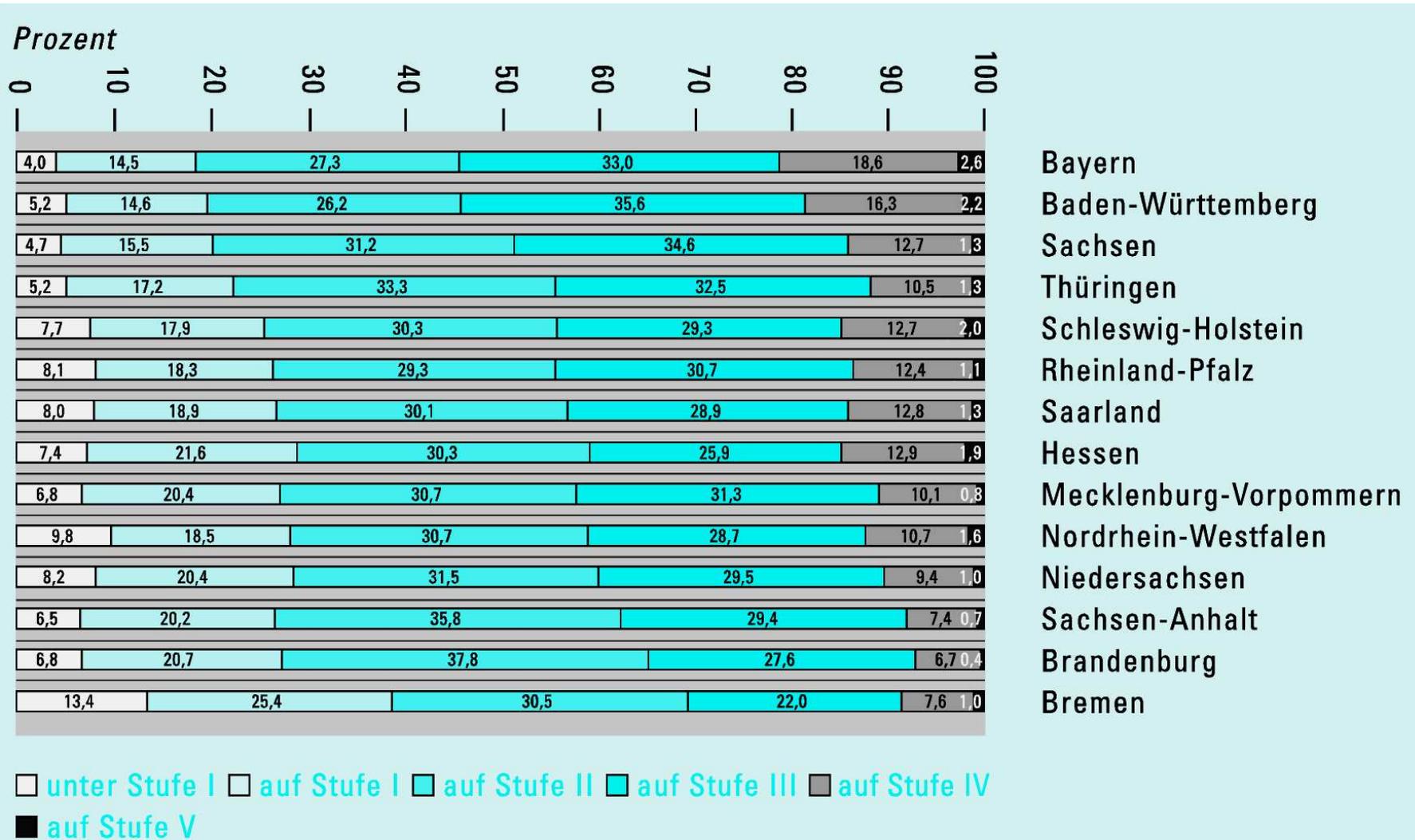
(Quelle: [1], Abb. 3.11, S. 172)

2.3.3 Vergleiche bei PISA-2000-E



(Quelle: [3], Abb. 4.1, S. 102)

Verteilungen bei PISA-2000-E (9. Klassen):



Mathematikleistungen der Schülerinnen und Schüler der 9. Jahrgangsstufe in 14 Ländern der Bundesrepublik (Ergebnisse des internationalen und des nationalen Tests)

(Quelle: [3], Abb. 4.8, S. 171)

3. Folg(erung)en ?

Die PISA-Resultate müssen sicher als Anlass zum didaktischen Handeln gesehen werden –

sie sind jedoch auch Ausdruck der Einflüsse unseres gesellschaftlichen Systems auf die Schule !

Literatur

- [1] Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.):
PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich.
Leske+Budrich, Opladen 2001
- [2] Knoche, N. & Lind, D. et al.:
Die PISA-2000-Studie, einige Ergebnisse und Analysen.
In: Journal für Mathematikdidaktik 23 (2002), H. 3/4,
S. 159-202
- [3] Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.):
PISA 2000 – Die Länder der Bundesrepublik Deutschland im Vergleich. Leske+Budrich, Opladen 2002

e-mail des Vortragenden: lind@uni-wuppertal.de