

# Einführung in die Optimierung

## 1. Handout

am 03. November 2005  
WS 2005/06

Prof. Dr. K. Klamroth

S. Gaile

Lehrstuhl für Angewandte Mathematik II  
Universität Erlangen-Nürnberg

<http://www2.am.uni-erlangen.de/~klamroth/optimintro05-06.html>

## Beispiel 2.16: Pivot-Operationen im Simplex-Tableau

$$\begin{aligned}
 \text{(LP)} \quad & \min \quad -2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \\
 & \text{s.t.} \quad 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\
 & \quad \quad x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\
 & \quad \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 7 \\
 & \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Transformation in Standardform:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \\
 \text{s.t.} \quad & 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 4 \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_6 = 7 \\
 & x_1, \dots, x_6 \geq 0
 \end{aligned}$$

Start-Tableau:

$$T = \begin{array}{ccccccc|c}
 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 5 \\
 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\
 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 7
 \end{array}$$

Simplex-Tableau bzgl. der Basis  $B = \{4, 5, 6\}$ :

$$T(B) = \begin{array}{ccccccc|c}
 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 5 \\
 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\
 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 7
 \end{array}$$

Pivot-Operationen:

$$T(B) = \begin{array}{ccccccc|c}
 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 5 \\
 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\
 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 7
 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{ccccccc|c}
 1 & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & \frac{20}{3} \\
 0 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{5}{3} \\
 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & 1 & 0 & \frac{2}{3} \\
 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 2
 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{ccccccc|c}
 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 8 \\
 0 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{5}{3} \\
 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & 1 & 0 & \frac{2}{3} \\
 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & -1 & 1 & \frac{4}{3}
 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{ccccccc|c}
 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & \frac{21}{2} \\
 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\
 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & 1 & \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Ergebnis:

$\underline{x} = (\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 0, 0, 0, \frac{1}{2})^T$  ist optimale Lösung mit Zielfunktionswert  $\underline{c}\underline{x} = \frac{21}{2}$ .