

Netzwerkoptimierung Übungsblatt 3

Problem 1:

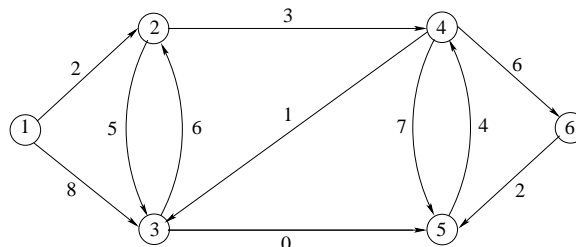
Beweisen Sie Satz 2.17 aus der Vorlesung: Löst der Greedy-Algorithmus das einem Mengensystem (E, \mathcal{S}) zugeordnete Optimierungsproblem für alle Gewichtsfunktionen, so ist (E, \mathcal{S}) ein Matroid.

Problem 2: Verallgemeinertes Rucksackproblem

In der Kürzeste-Wege-Formulierung des Rucksackproblems wird ein Objekt entweder in den Rucksack gepackt oder nicht; die entsprechende Entscheidungsvariable x_j kann nur die Werte 0 oder 1 annehmen. Beim *verallgemeinerten Rucksackproblem* kann jedes Objekt mehrfach mitgenommen werden, d.h. $x_j \in \mathbb{N}_0$. Formulieren Sie auch dieses Problem als Kürzeste-Wege-Problem und illustrieren Sie Ihr Modell am Beispiel aus der Vorlesung.

Problem 3:

Lösen Sie das Kürzeste-Wege-Problem im angegebenen Graphen $G = (N, A)$ mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra.



Problem 4:

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (Beweis oder Gegenbeispiel)

- Der Kürzeste-Wege-Baum ist eindeutig, wenn alle Kanten unterschiedliche Kosten haben.
- In einem Digraphen mit positiven Kosten ändern sich die Kosten der kürzesten Wege nicht, wenn man alle gerichteten Kanten durch ungerichtete Kanten ersetzt.
- Wenn in einem Kürzeste-Wege-Problem alle Kosten um eine Konstante $k > 0$ erhöht werden, erhöhen sich die Kosten der kürzesten Wege um ein Vielfaches von k .
- Wenn in einem Kürzeste-Wege-Problem alle Kosten um eine Konstante $k > 0$ gesenkt werden, sinken die Kosten der kürzesten Wege um ein Vielfaches von k .
- Unter allen kürzesten Wegen in $G = (N, A)$ findet der Algorithmus von Dijkstra immer kürzeste Wege mit einer minimalen Kantenanzahl.