Universität Erlangen-Nürnberg 06. 07. 2006
Naturwissenschaftliche Fakultät I
Sommersemester 2006
Prof. Dr. K. Klamroth
Eva Bijick

Netzwerkoptimierung
Übungsblatt 10

Problem 1
Lösen Sie das „stabile Heiratsproblem“aus Anwendung 6.2 für die folgenden Matrizen A und B:

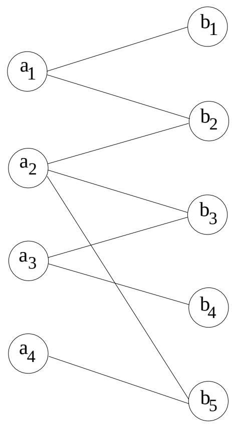
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Dabei ist a_{ij} das Ranking von Mann i für Frau j, und b_{ij} das Ranking von Frau i für Mann j. (Ein höheres Ranking bedeutet eine größere Präferenz.)

Problem 2
Ein Graph $G = (N, A)$ heißt *bipartit*, wenn es eine Partition $N = N_1 \cup N_2$ mit $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ gibt, so dass jede Kante in A einen Endknoten in N_1 und den anderen Endknoten in N_2 hat.

(a) Zeigen Sie, dass man das MMP und das $MCMP$ in bipartiten Graphen auf entsprechende Netzwerkflussprobleme transformieren kann.

(b) Benutzen Sie ihre Transformation, um das MMP im folgenden Graphen zu lösen:



Problem 3
Finden Sie einen alternativen Beweis des Satzes von König und Egerváry (Theorem 6.13), der auf dem Max-Flow Min-Cut Theorem (Satz 4.15) beruht:
In einem bipartiten Graphen $G = (N, A)$ ist die Kardinalität des maximalen Matchings $\mu(G)$ gleich der Kardinalität der minimalen Knotenüberdeckung $\alpha(G)$.