

# Einführung in die Optimierung

## 1. Handout

am 07. November 2008  
WS 2008/09

Prof. Dr. K. Klamroth  
M. Stiglmayr, K. Dächert  
Optimierung und Approximation  
Bergische Universität Wuppertal

<http://www.math.uni-wuppertal.de/~klamroth/linopt.html>

## Beispiel 2.15: Pivot-Operationen im Simplex-Tableau

$$\begin{array}{ll}
 \min & -2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \\
 \text{s.t.} & 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\
 \text{(LP)} & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 7 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

Transformation in Standardform:

$$\begin{array}{llllllll}
 \min & -2x_1 - 3x_2 - 4x_3 & & & & & & \\
 \text{s.t.} & & 2x_2 + 3x_3 + x_4 & & & & & = 5 \\
 & x_1 + x_2 + 2x_3 & & + x_5 & & & & = 4 \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 & & & & + x_6 & & = 7 \\
 & & & & & & x_1, \dots, x_6 & \geq 0
 \end{array}$$

Start-Tableau:

$$T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 5 \\
 \hline
 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\
 \hline
 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 7 \\
 \hline
 \end{array}$$

Simplex-Tableau bzgl. der Basis  $B = \{4, 5, 6\}$ :

$$T(B) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 5 \\
 \hline
 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\
 \hline
 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 7 \\
 \hline
 \end{array}$$

Pivot-Operationen:

$$T(B) = \begin{array}{c|ccccccc|c} 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 2 & \boxed{3} & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|ccccccc|c} 1 & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & \frac{20}{3} \\ \hline 0 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{5}{3} \\ 0 & \boxed{1} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & 1 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|ccccccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 8 \\ \hline 0 & 0 & \boxed{\frac{2}{3}} & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & 1 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & -1 & 1 & \frac{4}{3} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|ccccccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & \frac{21}{2} \\ \hline 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & 1 & \frac{1}{2} \end{array}$$

Ergebnis:

$\underline{x} = (\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 0, 0, 0, \frac{1}{2})^T$  ist optimale Lösung mit Zielfunktionswert  $\underline{c}\underline{x} = -\frac{21}{2}$ .