

Analysis auf Mannigfaltigkeiten

Übungsblatt 7

Abgabe: 18. Juni 2019 in der Übungsgruppe
Begründen Sie Ihre Antworten (vollständig).

1. Sei $M \subseteq \mathbb{R}^n$ eine reguläre Untermannigfaltigkeit von Dimension k , wir bezeichnen die Immersion mit $\iota: M \hookrightarrow \mathbb{R}^n$. Für jeden Punkt $p \in M$ können wir den Tangentialraum $T_p M$ durch $d\iota: T_p M \rightarrow T_{\iota(p)} \mathbb{R}^n \cong \mathbb{R}^n$ als k -dimensionalen Untervektorraum von $\mathbb{R}^n$ auffassen. Zeigen Sie, dass die zugehörige Abbildung $M \rightarrow \text{Gr}(k, n)$ glatt ist. *8 Punkte*
2. Sei M eine glatte Mannigfaltigkeit und $p, q \in M$ zwei Punkte. Zeigen Sie, dass es einen Diffeomorphismus $\phi: M \rightarrow M$ gibt, so dass $\phi(p) = q$ ist. *6 Punkte*
3. Sei M eine kompakte glatte Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie, dass eine injektive Immersion $i: M \hookrightarrow N$ schon ein Homöomorphismus auf das Bild $i(M)$ ist. *4 Punkte*