Huber, Linden **WS 2019/2020**

Lineare Algebra II

Präsenzaufgaben, 8. Blatt

Aufgabe 1:
Sei $f\colon \mathbb{Q}^5 \longrightarrow \mathbb{Q}^5$ der Endomorphismus von Präsenzblatt 7, Aufgabe (iii). Geben Sie die Menge

$$M := \left\{ B \in M(5 \times 5, \mathbb{Q}) \,\middle|\, \begin{array}{l} B \text{ hat Jordansche Normalform und es gibt} \\ \text{eine Basis } \mathcal{B} \text{ von } \mathbb{Q}^5 \text{ mit } B = M_{f,\mathcal{B},\mathcal{B}} \end{array} \right\}$$

an. Geben Sie zu jedem $B \in M$ eine Basis $\mathcal{B}$ von $\mathbb{Q}^5$ mit $B = M_{f,\mathcal{B},\mathcal{B}}$ an.

Aufgabe 2:
Betrachtet wird die Ähnlichkeitsrelation auf der Menge $M(4 \times 4, \mathbb{Q})$ und die Teilmenge

$$L := \left\{ A \in M(4 \times 4, \mathbb{Q}) \,\middle|\, \mathrm{cp}_A = (X+2)(X+5)^3 \right\}$$

von $M(4 \times 4, \mathbb{Q})$.

(i) Zeigen Sie, dass die Teilmenge L eine Vereinigungen von Ähnlichkeitsklassen von $M(4 \times 4, \mathbb{Q})$ ist.

(ii) Geben Sie Matrizen $A_1, \ldots, A_n \in M(4 \times 4, \mathbb{Q})$ an, so dass

$$L = [A_1] \cup \ldots \cup [A_n]$$

und $[A_i] \neq [A_j]$, für $i \neq j$, ist.

Aufgabe 3:
Sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum aller stetigen Funktionen $[0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\langle\ ,\ \rangle\colon V \times V \longrightarrow \mathbb{R}, \quad (f,g) \longmapsto \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

ein Skalarprodukt auf V ist.