Huber, Linden **WS 2019/2020**

Lineare Algebra II

Präsenzaufgaben, 1.Blatt

Aufgabe 1:
Bestimmen Sie den Absolutbetrag der komplexen Zahl $z/\overline{z}$ für $z \in \mathbb{C} - \{0\}$.

Aufgabe 2:
Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$

(i) $(i-1)(5+i)$
(ii) $\frac{1}{i}$
(iii) $\frac{2+8i}{i2+3}$

Ein Ringhomomorphismus $K \to L$ zwischen Körpern K, L wird auch als Körperhomomorphismus bezeichnet.

Aufgabe 3:
Zeigen Sie, daß die Abbildung $\mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto \overline{z}$ ein Körperisomorphismus ist.

Sind $\varphi : K \to L$ ein Körperhomomorphismus und $V = (V, +, \cdot)$ ein L-Vektorraum, so ist das Tripel $V_\varphi := (V, +, \odot)$ ein K-Vektorraum, wobei man für $a \in K$ und $v \in V$ setzt $a \odot v := \varphi(a) \cdot v \in V$. (Warum?)

Aufgabe 4:
Sei V ein $\mathbb{C}$-Vektorraum. Gemäß Vorlesung haben wir den Körperhomomorphismus $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{C}, x \mapsto (x, 0)$. Wie eben angemerkt, erhalten wir den $\mathbb{R}$-Vektorraum V_φ. Zeigen Sie

(i) Ist der $\mathbb{R}$-Vektorraum V_φ endlich erzeugt ist, so ist der $\mathbb{C}$-Vektorraum V endlich erzeugt.
(ii) Ist $(v_1, v_2, \ldots, v_n) \in V^n$ eine Basis des $\mathbb{C}$-Vektorraums V, so ist $(v_1, v_2, \ldots, v_n, iv_1, iv_2, \ldots, iv_n) \in V^{2n}$ eine Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraums V_φ.
(iii) $\dim_{\mathbb{R}} V_\varphi = 2 \cdot \dim_{\mathbb{C}} V$