

4. Übungsblatt zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1.

4 Punkte

Der Exponent $\exp G$ einer endlichen Gruppe G wird definiert als die kleinste Zahl $m \in \mathbb{N}$, so dass $g^m = 1$ für alle $g \in G$ gilt.

Sei G eine endliche Gruppe und M, N Normalteiler von G mit $M \leq N$. Zeigen Sie:

$$\exp(G/M) \mid \exp(G/N)\exp(N/M).$$

Aufgabe 2.

4 Punkte

Sei $G \leq S_n$ eine Untergruppe mit $G \not\subseteq A_n$. Beweisen Sie, dass genau die Hälfte der Elemente von G in A_n liegt.

Aufgabe 3.

4 Punkte

Zeigen Sie, dass jede p-Gruppe G auflösbar ist.

[Hinweis: Verwenden Sie, dass G ein nichttriviales Zentrum besitzt.]

Aufgabe 4.

2+2+2 Punkte

Es sei G eine Gruppe der Ordnung 12. Die Anzahl der 2- bzw. 3-Sylowgruppen in G sei mit n_2 bzw. n_3 bezeichnet.

- (a) Welche Zahlen sind für n_2 und n_3 möglich?
- (b) Zeigen Sie, dass nicht gleichzeitig $n_2 = 3$ und $n_3 = 4$ vorkommen kann.
- (c) Zeigen Sie, dass im Fall $n_2 = n_3 = 1$ die Gruppe G abelsch ist und es zwei verschiedene Möglichkeiten für G gibt.

Abgabe bis Montag, den **09.05.16**, um 10:00 Uhr (s.t.) in das Postfach 15 auf D.13.

Wir bitten um Gruppenabgaben mit jeweils zwei Studenten!

Aktuelles und Übungsblätter unter <http://www2.math.uni-wuppertal.de/~gensing/lehre.html>