

3. Übungsblatt zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1.

2+2 +2 Punkte

Sei G eine Gruppe und $n \geq 2$. Es gebe zwei Elemente s, d , die G erzeugen und für die gilt:

$$d^n = 1, s^2 = 1 \text{ und } sdsd = 1$$

Dann wird G Diedergruppe genannt und mit D_n bezeichnet.

- (a) Zeigen Sie, dass $D_n = \{d^k \mid k = 0, \dots, n-1\} \cup \{sd^k \mid k = 0, \dots, n-1\}$ gilt.
- (b) Geben Sie den Untergruppenverband von D_p an für den Fall, dass $p > 2$ eine Primzahl ist.
- (c) Zeigen Sie, dass die symmetrische Gruppe S_3 eine Diedergruppe ist, die Quaternionengruppe Q_8 jedoch nicht.

Zur Information: Die Diedergruppe D_n taucht übrigens als Gruppe derjenigen längentreuen Abbildungen des $\mathbb{R}^2$ auf, welche die Seiten eines festen regelmäßigen n -Eckes in sich überführen.

Aufgabe 2.

4 Punkte

Das direkte Produkt endlich vieler zyklischer Gruppen ist zyklisch, wenn die Gruppen endlich sind und die Ordnungen paarweise teilerfremd sind.

Aufgabe 3.

2 Punkte

Zeigen Sie, dass die Automorphismengruppe einer endlichen zyklischen Gruppe abelsch ist.

Aufgabe 4.

4 Punkte

Suchen und beweisen Sie den Satz von Cayley.

Abgabe bis Montag, den **02.05.16**, um 10:00 Uhr (s.t.) in das Postfach 15 auf D.13.

Wir bitten um Gruppenabgaben mit jeweils zwei Studenten!

Aktuelles und Übungsblätter unter <http://www2.math.uni-wuppertal.de/~grensing/lehre.html>