Übungen zu Elementare Zahlentheorie

Blatt 3

Aufgabe 1. Es seien $m, n \in \mathbb{N}$ teilerfremd. Beweisen Sie, dass zu jedem Teiler $a \in \mathbb{N}$ von $m \cdot n$ eindeutig bestimmte Zahlen $u, v \in \mathbb{N}$ existieren mit

$$u \mid m \quad \text{und} \quad v \mid n \quad \text{sowie} \quad a = u \cdot v.$$

Beweisen Sie außerdem, dass für eine beliebige natürliche Zahl $b \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\text{ggT}(b, m) \cdot \text{ggT}(b, n) = \text{ggT}(b, m \cdot n)$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass für jedes $a \in \mathbb{N}$ gilt:

$$m_p(a) = \frac{s_p(a-1) - s_p(a) + 1}{p-1}$$

(Bezeichnungen wie in der Vorlesung)