Zu Kapitel 1:

Abschnitt 1.1:

Seite 5, ZEILE 3:

Hier sollte man am Anfang der Zeile „BEWEIS:“ einfügen.

Seite 9, ZEILE 16:

An dieser Stelle wäre es günstig, den Begriff der „Relativtopologie“ ganz allgemein einzuführen.

Seite 12, ZEILE 6 von unten:

Es wäre besser, „diskrete Mengen“ nicht nur in $\mathbb{C}$, sondern in einem Gebiet $G \subset \mathbb{C}$ zu definieren.

Abschnitt 1.2:

Seite 19, ZEILE 8:

Hier wäre es angebracht, über stetige Abbildungen bzw. umkehrbar stetige Abbildungen (also „Homöomorphismen“ oder „topologische Abbildungen“) zu sprechen. Im Folgenden ist auf der Seite überall $\text{Im}(z)$ durch $\text{Re}(z)$ zu ersetzen.

Seite 21, ZEILE 4 bzw. 5:

Hier fehlt die Definition der „lokal gleichmäßigen Konvergenz“ von Funktionenfolgen.

Seite 28, ZEILE 7:

Die Bezeichnung $w_t := z_0 + t(z - z_0)$ kann zu Missverständnissen führen, weil damit $w_0 = z_0$ wäre. Es wäre also besser, die Parametrisierung der Verbindungsstrecke von z_0 und z neutraler mit $\alpha(t)$ zu bezeichnen.

Seite 29, ZEILE 9 von unten:

Der Zähler des Bruchs enthält eine öffnende Klammer zu viel.

Seite 33, ZEILE 4 von unten:

In Aufgabe (K) könnte man meinen, dass hier schon die erst in Aufgabe (L) definierten komplexen hyperbolischen Funktionen gebraucht werden. In (K) sind aber die aus der reellen Analysis bekannten **reellen** hyperbolischen Funktionen gemeint.

Abschnitt 1.3:

Seite 38, ZEILE 4 bzw. 5:

Es fehlt die Erwähnung und der Beweis der Kettenregeln im Wirtinger-Kalkül:

Sind $G_1, G_2 \subset \mathbb{C}$ Gebiete und $f : G_1 \to G_2$ und $g : G_2 \to \mathbb{C}$ reell differenzierbare Funktionen, so gelten in $z_0 \in G_1$ folgende Kettenregeln:

1. $(g \circ f)_z(z_0) = g_w(f(z_0)) \cdot f_z(z_0) + g_{\overline{w}}(f(z_0) \cdot \overline{f_z(z_0)}$.
2. $(g \circ f)_{\overline{z}}(z_0) = g_w(f(z_0)) \cdot f_{\overline{z}}(z_0) + g_{\overline{w}}(f(z_0) \cdot \overline{f_{\overline{z}}(z_0)}$.

Man braucht eine solche Kettenregel im Beweis von Satz 1.3.13.

Seite 40, ZEILE 6:

Den hier definierten Winkel $\angle(z, w)$ sollte man genauer als ***orientierten Winkel*** bezeichnen. Eine winkeltreue lineare Abbildung muss nicht unbedingt orientierte Winkel erhalten, sondern nur den Cosinus der Winkel. Ist die Abbildung aber zugleich orientierungserhaltend, so braucht man die Unterscheidung nicht zu treffen.

Seite 42, ZEILE 4 ff:

„lokal biholomorph in z_0“ sollte jeweils durch „biholomorph in z_0“ ersetzt werden, denn den Begriff „lokal biholomorph“ benutzt man nur, wenn kein spezieller Punkt gemeint ist.

Abschnitt 1.5:

Seite 54, ZEILE 15:

Es muss heißen:

$$= (\alpha C\overline{C})w\overline{w} + (\alpha C\overline{D} + cC)w + (\alpha\overline{C}D + \overline{c}\overline{C})\overline{w} + (\alpha D\overline{D} + cD + \overline{c}\overline{D} + \delta)$$

$$= \beta w\overline{w} + dw + \overline{d}\overline{w} + \varepsilon$$

mit $\beta = \alpha C\overline{C}$, $d = \alpha C\overline{D} + cC$ und $\varepsilon = \alpha D\overline{D} + cD + \overline{c}\overline{D} + \delta$, also

$$d\overline{d} - \beta\varepsilon = (c\overline{c})|C|^2 - \alpha\delta|C|^2 > 0 \quad \text{(wegen } C \neq 0\text{)}.$$

Also liegt w wieder auf einem Kreis oder einer Geraden.

Zu Kapitel 2:

Abschnitt 2.1:

Seite 69, ZEILE 18 (vor der Definition des Kurvenintegrals):

Hier sollte man noch weitere Begriffe einführen:

Ein Integrationsweg $\alpha : [a, b] \to G$ heißt ***geschlossen***, falls $\alpha(a) = \alpha(b)$ ist. Er heißt ***einfach geschlossen***, falls α geschlossen und $\alpha|_{[a,b)}$ injektiv ist.

Seite 79, ZEILE 6 von unten:

Da man Δ so unterteilen kann, dass jedes Teildreieck höchstens einen Ausnahmepunkt enthält, kann man gleich annehmen, dass f überall bis auf einen einzigen Ausnahmepunkt z_0 holomorph ist.

Abschnitt 2.3:

Seite 97, ZEILE 3 bzw. 4 von unten:

Vor Satz 2.3.21 sollte eine Definition eingeführt werden:

Definition :
Eine Abbildung $f : X \to Y$ zwischen zwei topologischen Räumen heißt ***offen*** (bzw. ***abgeschlossen***), falls das Bild jeder offenen Teilmenge von X eine offene Menge in Y ist (bzw. das Bild jeder abgeschlossenen Teilmenge von X eine abgeschlossene Menge in Y ist.)

Man kann dann zeigen: Ist $f : X \to Y$ bijektiv und offen (oder abgeschlossen), so ist f^{-1} stetig. Insbesondere gilt: Ist f stetig, bijektiv und offen, so ist f ein Homöomorphismus.

Abschnitt 2.4:

Seite 102, ZEILE 5 von unten:

Statt „$z \in \mathbb{C}$“ sollte es „$z \in D_R(0)$“ heißen.

Zu Kapitel 3:

Abschnitt 3.1:

Seite 118, ZEILE 10 von unten:

In der abgesetzten Formel fehlt vor den Integralen der Faktor $1/(2\pi\,\mathsf{i}\,)$.

Seite 123, ZEILE 3 von unten:

Es muss heißen: „$|z - \mathsf{i}\,| < 1 = |0 - \mathsf{i}\,|$.

Abschnitt 3.2:

Seite 127, ZEILE 2 von unten:

Statt „F_0“ muss es „F_1“ heißen.

Seite 128, ZEILE 4 von unten:

Man muss „stetig“ ergänzen: „…jeder geschlossene stetige Weg …“. Das Gleiche gilt in der nächsten Zeile.

Bemerkung dazu: Ist ein Weg α zu einem anderen homotop, so ist er automatisch stetig, wegen der Stetigkeit der Homotopie.

Seite 130, ZEILE 10:

Man ersetze „jede Funktion $f \in \mathcal{O}(G)$“ durch „jede holomorphe Funktion f auf G“ (denn das Symbol $\mathcal{O}(G)$ wird erst später erklärt).

Seite 130, ZEILE 7:

Auch hier muss „stetig“ ergänzt werden. Das Gleiche gilt im Beweis.

Seite 130, ZEILE 13:

Man ersetze „Integrationsweg“ durch „stetiger Weg“.

Seite 130, ZEILE 16:

Es würde reichen, „Integrationsweg“ durch „stetiger Weg“ zu ersetzen. Man kann aber bei „Integrationsweg“ bleiben.

Seite 131, ZEILE 6:

Man ersetze „Weg“ durch „Integrationsweg“. Das Gleiche gilt in in Zeile 8.

Seite 133, ZEILE 6:

Die Ausdrucksweise „von Rand zu Rand“ ist zwar etwas ungenau, aber das nehme ich an dieser Stelle, an der es nur um eine Veranschaulichung geht, in Kauf.

Abschnitt 3.3:

Seite 136, ZEILE 5:

Am Ende der Zeile ist ein „über“ zu viel.

Seite 136, ZEILE 3 von unten:

Der Begriff „einfach geschlossen“ wurde zuvor nirgends definiert. Er sollte auf Seite 69 eingeführt werdewn (s.o.).

Seite 137, ZEILE 5 von unten:

Man ergänze „für $a, b \in \mathbb{C}$“.

Seite 140, ZEILE 9:

Ein beschränktes, einfach zusammenhängendes Gebiet G, dessen Rand mit der Spur eines einfach geschlossenen Integrationsweges übereinstimmt, heißt ***positiv berandet***, falls $n(\partial G, z) = 1$ für jedes $z \in G$ ist.

Seite 140, ZEILE 12:

Die Residuenformel sollte man etwas umformulieren:

Sei $B \subset \mathbb{C}$ offen und $G \subset\subset B$ ein positiv berandetes, einfach zusammenhängendes Gebiet. Außerdem …

Seite 141, ZEILE 6:

Statt „Dann kann man … “ sollte man schreiben: „Liegt z_0 nicht auf $|\gamma|$, dann kann man … “

Seite 141, ZEILE 7 von unten:

„Ist $D := N \cup P$ endlich und … “

Seite 143, ZEILE 4 von unten:

Nach Einführung von D (in Zeile 5 von unten) kann man natürlich einfacher „f auf $\overline{D} \setminus \{z_0\}$ keine … “ schreiben.

Seite 146, ZEILE 6 nach der Skizze:

In der Formel ist im 3. Term ein überflüssiger Multiplikationspunkt.

Seite 147, ZEILE 5 von unten:

Der Exponent von $|z|$ sollte $-k$ sein, und am Ende der Zeile sollte $k = n - m$ stehen.

Seite 150, ZEILE 11:

Man ergänze am Ende des Beweises: „Das zweite Integral ergibt sich nun ganz einfach.“

Abschnitt 3.4:

Seite 153, ZEILE 11:

Statt „Verallgemeinerter Fundamentalsatz“ sollte es „Verallgemeinerter Hauptsatz“ heißen.

Seite 154, Zeile 7:

Im Beweis wurde nicht berücksichtigt, dass die beteiligten Wege nicht geschlossen zu sein brauchen. Deshalb ersetze man die Zeilen 7 bis 14 durch folgenden Text:

Ist $\alpha : [a,b] \to \mathbb{C}$ ein Weg (worunter hier stets ein Integrationsweg verstanden werden soll) mit $0 \notin |\alpha|$ und $\varphi : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Argumentfunktion längs α, so setzen wir $\Delta(\alpha) := \varphi(b) - \varphi(a)$ und

$$\Lambda(\alpha) := \frac{1}{2\pi\,\mathrm{i}}\big(\ln|z_E(\alpha)| - \ln|z_A(\alpha)|\big).$$

$\Delta(\alpha)$ ist unabhängig von φ, und wenn α geschlossen ist, ist $\Delta(\alpha)$ ein ganzzahliges Vielfaches von 2π. $\Lambda(\alpha)$ ist eine rein imaginäre Zahl, die verschwindet, wenn α geschlossen ist. Allgemein ist

$$n(\alpha, 0) = \frac{1}{2\pi}\Delta(\alpha) + \Lambda(\alpha).$$

Sei nun $\Gamma = \sum_{j=1}^{N} n_j\alpha_j$ ein Zyklus mit $0 \notin |\Gamma|$. Dann ist

$$n(\Gamma, 0) = \sum_{j=1}^{N} n_j\big(\frac{1}{2\pi}\Delta(\alpha_j) + \Lambda(\alpha_j)\big).$$

Weil Γ ein Zyklus ist, folgt:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{N} n_j\Lambda(\alpha_j) &= \frac{1}{2\pi\,\mathrm{i}} n_j\big(\ln|z_E(\alpha_j)| - \ln|z_a(\alpha_j)|\big) \\ &= \frac{1}{2\pi\,\mathrm{i}}\sum_{z\in G}\ln|z| \cdot \Big(\sum_{z_E(\alpha_i)=z} n_i - \sum_{z_A(\alpha_j)=z} n_j\Big) \;=\; 0.\end{aligned}$$

Ist $\Delta(\alpha_j) = 2\pi k_k$ mit $k_j \in \mathbb{Z}$, so ist

$$n(\Gamma, 0) = \frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{N} n_j\Delta(\alpha_j) = \sum_{j=1}^{N} n_j k_k \in \mathbb{Z}.$$

Seite 154, Zeile 3 von unten:

„Ein Zyklus Γ in G …“

Seite 155, Zeile 7 von unten:

Man könnte den Satz einfügen:

„Der gewählte Weg von z nach w spielt dabei keine Rolle.“

Abschnitt 3.5:

Seite 161, Zeile 12 von unten:

Für mehr Klarheit sollte man „(für $a \in \mathbb{C}$)“ einsetzen.

Zur Erläuterung hilft vielleicht folgender Satz: Die Mellin-Transformation $M_f(a) := \int_0^\infty f(x)x^a \frac{x}{x}$ wurde schon in historischer Zeit eingeführt und untersucht. Damals war man mit den Details noch nicht so genau wie heute. Insbesondere war dabei gemeint: man wähle $a \in \mathbb{C}$ so, dass das Integral konvergiert. Nach geeigneten Substitutionen und Umformungen kann man in der Transformation die Umkehrung der Fouriertransformation erkennen. Deshalb waren die Mathematiker schon früh daran interessiert.

Seite 162, Zeile 3:

Bei der Voraussetzung „$\mathrm{Re}(a) > 0$“ in Satz 3.5.1 war ich zu großzügig, speziell sollte a keine ganze Zahl sein. Am einfachsten fordert man: „$0 < \mathrm{Re}(a) < 1$“.

Seite 162, Zeile 4 von unten:

Es muss gefordert werden, dass f keine Polstelle in $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ besitzt.

Seite 162, Zeile 3 von unten:

Der Doppelpunkt am Ende der Zeile soll nur ein Punkt sein.

Seite 163, Zeile 10:

Die Bedingung „ohne Polstellen in $\mathbb{R}_+$“ stimmt nur, wenn $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ ist. Leider bleibt es unklar, wie $\mathbb{R}_+$ im Buch definiert ist.

Seite 164, Zeile 4:

Deutsche Rechtschreibung: Natürlich soll es heißen: „... mit dem folgenden Weg“.

Seite 164, Zeile 8:

Auf der negativen reellen Achse erhält man die Funktion $\ln|x| + \pi\,\mathsf{i}$.

Seite 164, Zeile 9 von unten:

Am Anfang der Zeile muss es „$\mathrm{res}_{z_0}(f)$“ heißen.

Seite 164, ZEILE 1 von unten:

Bitte einfügen: „und $|z| = R$“.

Seite 165, ZEILE 6:

Im Zähler (im rechten Integral) muss es $(\ln|t| + \mathsf{i}\,\pi)^2$ heißen.

Seite 165, ZEILE 1 von unten:

Man ersetze die letzte Zeile des Beweises durch:
so ist $\displaystyle\int_{\alpha_\varrho} f(z)\,dz = c\int_{\alpha_\varrho} \frac{dz}{z-a} + \int_{\alpha_\varrho} g(z)\,dz = c\int_0^\pi \mathsf{i}\;dt + \int_{\alpha_\varrho} g(z)\,dz$, also

$$\lim_{\varrho\to 0}\int_{\alpha_\varrho} f(z)\,dz = \operatorname{res}_a(f)\cdot\pi\,\mathsf{i}\,.$$

Seite 166, ZEILE 2:

Man sollte präzisieren: „... und genau einer einfachen Polstelle a ... “.

Seite 167, ZEILE 13:

Am Ende der Definition könnte man den Satz anfügen: „$a = -\infty$ und $b = +\infty$ sind auch erlaubt.“

Seite 169, ZEILE 6 von unten:

Man streiche das Wort „glatter“ und ergänze dafür in Zeile 5 von unten: „Ist z_0 ein glatter Punkt auf $|\gamma|$, ... “.

Seite 170, ZEILE 7 von unten:

Die Abschätzung ist unverständlich. Man schreibe besser:
Es sei $x_0 \in \mathbb{R}$, $R_0 > 0$ und $-R_0 < x_0 < R_0$. Außerdem gebe es zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $R > R_0$, so dass $|f(z)| < \varepsilon$ für $z \in |\alpha_R^+|$ ist. Weil

$$\Big|\int_{\alpha_R^+} \frac{f(z)}{z-z_0}\,dz\,\Big| \le R\pi\cdot\sup_{\alpha_R^+}\Big|\frac{f(z)}{z-x_0}\Big| \le R\pi\cdot\frac{1}{R-R_0}\cdot\sup_{\alpha_R^+}|f| = \frac{\pi}{1-R_0/R}\cdot\sup_{\alpha_R^+}|f|$$

dann für $R\to\infty$ gegen Null strebt, folgt: ...

Seite 173, ZEILE 4 von unten:

Man ergänze „für $a > 0$“.

Seite 174, ZEILE 7 von unten:

Man ergänze: „für $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$“.

Seite 174, ZEILE 5 von unten:

Der Beweis ist unsauber aufgeschrieben. Man schreibe besser:

Zu (4): Sei $\alpha < 0 < \beta$ und $\varphi(t) := at$. Dann gilt für stetige Funktionen g und h auf $[\alpha, \beta]$:

$$\int_\alpha^\beta g(at)h(t)\,dt = \frac{1}{a}\int_{\alpha a}^{\beta a} g(\tau)h\Big(\frac{\tau}{a}\Big)\,d\tau = \begin{cases} (1/|a|)\displaystyle\int_{\alpha a}^{\beta a} g(\tau)h\Big(\frac{\tau}{a}\Big)\,d\tau & \text{für } a > 0, \\ (1/|a|)\displaystyle\int_{\beta a}^{\alpha a} g(\tau)h\Big(\frac{\tau}{a}\Big)\,d\tau & \text{für } a < 0. \end{cases}$$

Im Grenzwert $\alpha \to -\infty$ und $\beta \to +\infty$ erhält man die gewünschte Formel.

Seite 185, ZEILE 1:

Es geht auch einfacher: Es ist $\mathscr{L}[1] = 1/z$ (Beispiel 3.5.25 (A)) und $\mathscr{L}[1] = \mathscr{L}[t'] = z \cdot \mathscr{L}[t]$ (Satz 3.5.28). Also gilt: $\mathscr{L}[t] = 1/z^2$.

Zu Kapitel 4:

Abschnitt 4.1:

Seite 190, ZEILE 5:

Vor Satz 4.1.1 hätte man sagen sollen, wann ein topologischer Raum kompakt ist. Das wurde hier im Buch nur für Teilmengen von $\mathbb{C}$ definiert.

Ein topologischer Raum X heißt ***kompakt***, falls er ein Hausdorffraum ist und jede offene Überdeckung von X eine endliche Teilüberdeckung enthält. Teilmengen eines Hausdorffraumes besitzen automatisch die Hausdorff-Eigenschaft.

Seite 194, ZEILE 14:

Der Beweis endet nach „... unendlich fernen Punkt auffassen kann).“ Den Satz „Umgekehrt folgt genauso, dass das Urbild eines Kreises oder einer Geraden in $\mathbb{C}$ unter der stereographischen Projektion wieder ein Kreis auf S^2 ist.“ kann man dann als Bemerkung anfügen.

Seite 198, ZEILE 13:

Die Bemerkung nach dem Beweis ist überflüssig, da ähnliches schon auf Seite 197 gesagt wird.

Seite 198, ZEILE 15 von unten (in Aufgabe A):

Die stereographische Projektion $S^2 \to \overline{\mathbb{C}}$ wird mit $\widehat{\varphi}$ bezeichnet, φ ist die Einschränkung von $\widehat{\varphi}$ auf $S^2 \setminus \{\mathbf{n}\}$.

Abschnitt 4.2:

Seite 200, Zeile 13 von unten:

Am Anfang des Beweises gibt es Unklarkeiten. Besser formuliert man so:

„Wir können annehmen, dass P unendlich ist. Wir schreiben die Polstellenmenge in der Form $P = \{a_\nu : \nu \in \mathbb{N}_0\}$, wobei $a_0 = 0$ und die a_ν dem Betrage nach geordnet sein mögen. Dann ist $|a_\nu| > 0$ für $\nu \in \mathbb{N}$. Es sei $(h_\nu)_{\nu \in \mathbb{N}_0}$ die zugehörige Hauptteilverteilung. Dabei sei zugelassen, dass in a_0 keine Polstelle vorliegt, und dann sei $h_0 = 0$ gesetzt.

Für $\nu \in \mathbb{N}$ betrachten wir die Folge von Kreisscheiben …“

Seite 204, Zeile 5 von unten:

Hier gibt es einen Vorzeichenfehler. Es ist $h(z) = \pi\cot(\pi z) - \dfrac{1}{z} - \sum\limits_{\nu \neq 0}\Big(\dfrac{1}{z-\nu} + \dfrac{1}{\nu}\Big)$,

$$\text{also} \quad \begin{aligned} h(-z) &= \pi \cdot \cot(-\pi z) + \frac{1}{z} - \sum_{\nu \neq 0}\left(\frac{1}{-z-\nu} + \frac{1}{\nu}\right) \\ &= -\left[\pi\cot(\pi z) - \frac{1}{z} - \sum_{\nu \neq 0}\left(\frac{1}{z-\nu} + \frac{1}{\nu}\right)\right] = -h(z), \end{aligned}$$

Abschnitt 4.3:

Seite 210, Zeile 12 von unten:

Es fehlt eine Klammer: $|\log(1 + f_\nu(z))|$.

Seite 211, Zeile 14:

Man sollte (und kann) annehmen, dass $a_\nu \neq 0$ für $\nu \in \mathbb{N}$ ist und jede Nullstellenordnung …

Seite 211, Zeile 19:

Man braucht nur E_n für $n \in \mathbb{N}$, die Definition von E_0 ist überflüssig.

Seite 211, Zeile 2 von unten:

Es ist ungeschickt, die Koeffizienten der Reihe mit a_λ zu bezeichnen, da die Nullstellen schon mit a_ν bezeichnet wurden. Besser nimmt man z.B. c_λ.

Seite 212, Zeile 4 von unten:

$a_0 = 0$ ist überflüssig. Man braucht nur die a_ν mit $\nu \geq 1$.

Abschnitt 4.4:

Seite 221, Zeile 2:

Der 1. Schritt des Beweises ist fehlerhaft und sollte durch folgenden Text ersetzt werden:

a) Sei $z \in R$ fest gewählt, also $x := \text{Re}(z)$ eine feste, positive reelle Zahl. Ist $0 < t \leq 1$, so ist $|t^{z-1}e^{-t}| = t^{x-1}e^{-t} \leq t^{x-1}$. Man muss nun zwei Fälle unterscheiden.

Ist $0 < x \leq 1$, so handelt es sich um ein uneigentliches Integral vom Typ $\int 1/t^\alpha \, dt$ mit $\alpha = 1 - x < 1$, das bekanntlich bei 0 konvergiert. Die Voraussetzung $x > 0$ ist dabei besonders wichtig.

Ist $x > 1$, so ist t^{x-1} bei $t = 0$ stetig, und das uneigentliche Integral konvergiert erst recht bei $t = 0$.

b) Ist $t \gg 1$, so fällt die Exponentialfunktion e^{-t} stärker, als die Potenz t^{x+1} wächst. Es gibt deshalb ein $t_0 > 1$ und eine Konstante $C > 0$, so dass $|e^{-t}t^{x+1}| \leq C$ für $t > t_0$ ist. Daraus folgt:

$$|e^{-t}t^{z-1}| \leq C \cdot \frac{1}{t^2}.$$

Also konvergiert das uneigentliche Integral für $t \to \infty$.

Seite 221, Zeile 1 von unten:

Der Rest des Beweises ab hier enthält ernsthafte Fehler. Er sollte durch folgenden Text ersetzt werden, wobei man eine Aussage aus der (Riemann'schen) Integrationstheorie benutzen kann:

Lemma: *Die (reellen) Funktionen φ und φ_n seien über $(0, \infty)$ uneigentlich integrierbar, es sei $0 \leq \varphi_n \leq \varphi$ für alle n. Außerdem konvergiere (φ_n) für jedes $\delta \in (0,1)$ auf $[\delta, 1/\delta]$ gleichmäßig gegen φ. Dann gilt:*

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^\infty \varphi_n(t)\, dt = \int_0^\infty \varphi(t)\, dt.$$

Der Text des korrigierten Beweisabschnittes (ab Zeile 1 von unten, Seite 221) lautet dann:

Aus Aufgabe D in Abschnitt 1.4.6 (und der zugehörigen Lösung) folgt, dass $(1 + z/n)^n$ auf $\mathbb{C}$ kompakt gegen $\exp(z)$ konvergiert. Insbesondere konvergiert dann auch die Folge $h_n(t) := (1 - t/n)^n$ auf $(0, \infty)$ kompakt gegen $h(t) := e^{-t}$. Sei nun $x \geq 1$ und

$$\varphi_n(t) := \begin{cases} \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n \cdot t^{x-1} & \text{für } t \in [0, n] \\ 0 & \text{für } t > n \end{cases},$$

sowie $\varphi(t) := e^{-t}t^{x-1}$ auf $[0,\infty)$. Es ist klar, dass (φ_n) auf jedem Intervall $[\delta, 1/\delta]$ (für $0 < \delta < 1$) gleichmäßig gegen φ konvergiert. Kann man zeigen, dass $0 \leq \varphi_n(t) \leq \varphi(t)$ für alle $t \in (0,\infty)$ und alle n gilt, so ergibt sich aus dem Lemma:

$$\lim_{n\to\infty} \Gamma_n(x) = \lim_{n\to\infty} \int_0^n \big(1 - \frac{t}{n}\big)^n t^{x-1}\,dt = \int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}\,dt = F(x).$$

Für $t > n$ ist tatsächlich $\varphi_n(t) = 0 < \varphi(t)$. Ist dagegen $0 < t < n$, so ist $\log\varphi_n(t) = n \cdot \log\big(1 - \frac{t}{n}\big) + \log(t^{x-1})$ und

$$\begin{aligned} \log\big(1 - \frac{t}{n}\big) &= \sum_{\nu=1}^\infty \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu}\left(\frac{-t}{n}\right)^\nu = -\sum_{\nu=1}^\infty \frac{1}{\nu}\left(\frac{t}{n}\right)^\nu \\ &= -\left(\frac{t}{n} + \sum_{\nu=2}^\infty \frac{1}{\nu}\big(\frac{t}{n}\big)^\nu\right) \leq -\frac{t}{n}, \end{aligned}$$

also $\log\varphi_n(t) \leq -t + \log(t^{x-1}) = \log(e^{-t}t^{x-1}) = \log\varphi(t)$ und damit $\varphi_n(t) \leq \varphi(t)$.

Abschnitt 4.6:

Seite 235, Zeile 1 von unten:

Ganz links muss $\dfrac{1+e^{-2\pi y}}{1-e^{-2\pi y}}$ stehen (d.h., kein i in den Exponenten!).

Seite 237, Zeile 10:

Beim ersten Term fehlt das π.

Seite 239, Zeile 5 von unten:

In der Nähe von 0 ist aber $1 + z \cdot \sum_{\nu\neq 0}\left(\dfrac{1}{z-\nu} + \dfrac{1}{\nu}\right) = \ldots$

Seite 241, Zeile 13:

In den Termen hinter $\operatorname{res}_{\mathrm{i}}(f) + \operatorname{res}_{-\mathrm{i}}(f)$ muss der Faktor $1/(2\pi\,\mathrm{i})$ gestrichen werden.

Seite 242, Zeile 12:

Die Summation in der Reihe sollte bei 0 beginnen, in der nächsten Zeile sollte es „$n \in \mathbb{N}_0$“ heißen.

Seite 244, Zeile 2:

Hinter „Winkelraum“ sollte man W ergänzen, und in der nächsten Zeile „$z \in W$“ (hinter der Summe).

Seite 245, ZEILE 7 nach der Skizze:

Es muss $\dfrac{\pi}{2R}(1 - e^{-2R})$ heißen.

Seite 247, ZEILE 6:

Es muss „biholomorph in z_0“ statt „lokal biholomorph“ heißen.

Seite 248, ZEILE 5 von unten:

Es ist $g'_{\pm}(\tau) = \dfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2\tau f''(z_0)}}$.

Seite 250, ZEILE 5 von unten:

Es muss heißen: $\ldots \le \dfrac{M}{2} e^{-ka^2} \displaystyle\int_0^\infty \frac{e^{-kt}}{|a|}\, dt = \frac{M}{2k|a|} e^{-ka^2}$

Seite 251, ZEILE 5:

Die Rechnung wird verständlicher, wenn man schreibt:

$$\begin{aligned}\Gamma(k+1) &= \int_0^\infty e^{-t} t^k \, dt = \int_0^\infty e^{-ks} (ks)^k k \, ds = k^{k+1} \int_0^\infty e^{k \log s - ks} \, ds \\ &= k^{k+1} \int_0^\infty e^{-kf(s)} \, ds \text{ mit } f(s) := s - \log s.\end{aligned}$$

Seite 255, ZEILE 3:

Natürlich sind hier **Nullstellen** gemeint, keine Polstellen!

Seite 256, ZEILE 9:

Es muss heißen: $I(1) = \lim\limits_{\delta \to 0} \displaystyle\int_{\alpha_\delta} \frac{1}{e^z - 1}\, dz = \ldots$

Seite 256, ZEILE 9 von unten:

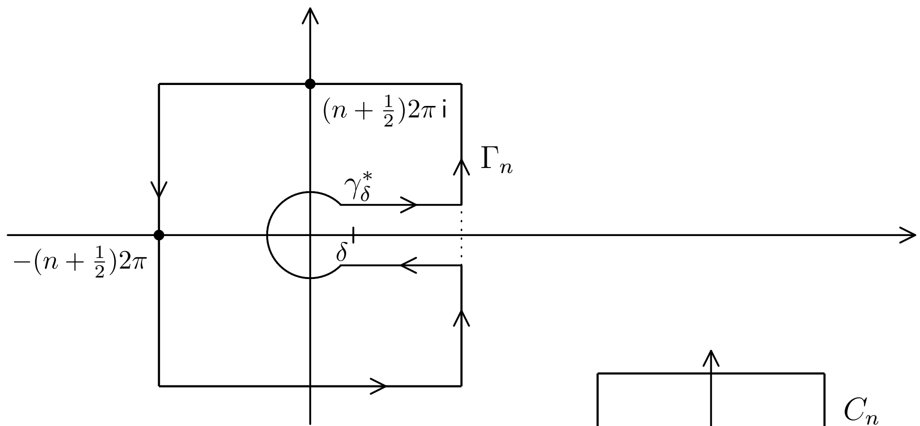
Allerdings werden die **negativen** Nennernullstellen von den Polstellen von Γ aufgehoben.

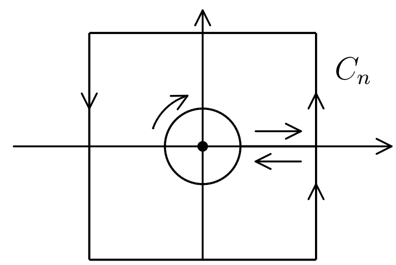
Seite 257, ZEILE 1 ff:

Der Beweis der Funktionalgleichung ist zu unklar aufgeschrieben.

Als Vorbemerkung kann folgender Text dienen:

Wir verwenden den Weg $\Gamma_n = \partial Q_n$ (wobei Q_n das Quadrat mit dem Mittelpunkt 0 ist, dessen Seiten die Koordinatenachsen bei den Koordinaten $\pm(n + \frac{1}{2})2\pi$ trifft) und den Weg γ_δ^*, der in der Spur des Weges γ_δ aus dem Beweis des Satzes 4.6.18 enthalten ist (aber nur innerhalb von Q_n) und in entgegengesetzter Richtung verläuft.





In Wirklichkeit soll γ_δ^* außerhalb des Kreises $D_\delta(0)$ direkt auf der x-Achse verlaufen.

$C_n := \Gamma_n + \gamma_\delta^*$ ist ein geschlossener Weg, und die Punkte von $Q_n \setminus D_\delta(0)$ liegen im Innern.

In Schritt (1) ersetze man die Zeilen 4 (ab „Dabei ist ... “) und 5 durch folgenden Text:

Für die Wahl des richtigen Logarithmus können wir annehmen, dass z nicht auf der positiven reellen Achse liegt, also $-z$ nicht auf der negativen reellen Achse. Damit ist $(-z)^{s-1} = e^{(s-1)\log_{(-\pi)}(-z)}$ und

$$\begin{aligned} \mathrm{res}_{2\pi\,\mathrm{i}\,m}(f) &= (-2\pi\,\mathrm{i}\,m)^{s-1} = (2\pi)^{s-1}\cdot m^{s-1}\cdot \mathrm{i}\cdot e^{-(\mathrm{i}\,\pi s)/2} \\ \text{bzw. } \mathrm{res}_{-2\pi\,\mathrm{i}\,m}(f) &= (2\pi\,\mathrm{i}\,m)^{s-1} = (2\pi)^{s-1}\cdot m^{s-1}\cdot(-\mathrm{i})\cdot e^{(\mathrm{i}\,\pi s)/2}, \end{aligned}$$

Ab „nach dem Residuensatz also“ kann man den vorhandenen Text von Schritt (1) so lassen, wie er ist.

Am Anfang von Schritt (2) füge man ein:

Zum Vergleich soll nun das Integral über die Wege Γ_n und γ_δ^* separat berechnet werden. Wir zeigen zunächst, dass das Integral über $f(z,s)$ und Γ_n für $n \to \infty$ gegen 0 konvergiert.

In den Zeilen 1 bis 6 von unten (auf Seite 257) muss dann K_n durch Γ_n ersetzt werden.

Die Zeilen 2 bis 5 auf Seite 258 können entfallen.

Am Schluss von Schritt (3) ergänze man noch den Satz:

Natürlich gilt die letzte Gleichung nur dort, wo beide Seiten holomorph sind.

In Schritt (4) ersetze man in der Zeile 6 von unten (auf Seite 258) den Hinweis „Satz 4.3.18“ durch „Satz 4.6.18“.

Ab Zeile 2 von unten (auf Seite 258) ersetze man den Rest des Beweises durch den folgenden Text:

Aus (1) und (2) folgt außerdem:

Für $\operatorname{Re} s < 0$ ist $F(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right)\zeta(1-s)\Gamma(1-s)$. Nach dem Identitätssatz gilt auch diese Gleichung auf $\mathbb{C} \setminus \{1\}$.

Fasst man alles zusammen, so erhält man die Funktionalgleichung.

Seite 259, ZEILE 11 von unten:

Die Folgerung 4.6.22 sollte lauten: „Sei $n \in \mathbb{N}$. Genau dann ist $\zeta(-n) = 0$, wenn n gerade ist. Darüber hinaus ...“

Der Beweis kann wesentlich verkürzt werden:

BEWEIS: Nach 4.6.21 wissen wir, dass $\zeta(-n) = 0$ für gerades $n \in \mathbb{N}$ ist.

Sei nun $s = \sigma + \mathrm{i}\,t$. Ist $\sigma > 1$, so folgt aus der Produktdarstellung, dass $\zeta(s) \neq 0$ ist. Ist $\sigma < 0$, so ist $\operatorname{Re}(1-s) > 1$, also $\zeta(1-s) \neq 0$. Da die Gammafunktion keine Nullstellen hat, folgt aus der Funktionalgleichung, dass $\zeta(s)$ für $\sigma < 0$ höchstens dann eine Nullstelle haben kann, wenn $\sin((\pi s)/2) = 0$ ist. Das trifft genau für gerades s zu. ∎

Seite 263, ZEILE 11 von unten:

„$z \equiv w\,(\Gamma)$“ bedeutet das Gleiche wie „$z \equiv w \mod \Gamma$“.

Seite 263, ZEILE 2 von unten:

Die Koeffizienten $C_{2\mu}$ sollten groß geschrieben werden.

Seite 264, ZEILE 11/12 und 5 von unten:

Sorry! Hier habe ich zwei Sätze benutzt, die ich leider nicht bewiesen habe. Dazu sei $\Gamma = \mathbb{Z}\omega_1 + \mathbb{Z}\omega_2$ und $P = P_a$ das Periodenparallelogramm. Dann gilt:

Satz 1: Die Nullstellen von $\wp'$ in P sind genau die Punkte $\omega_1/2$, $\omega_2/2$ und $(\omega_1 + \omega_2)/2$.

BEWEIS: Siehe die Lösung zu Aufgabe 4.5.8 (D), Zeile 1 bis 6. ∎

Satz 2: f sei elliptisch zum Gitter γ und besitze im Nullpunkt einen Pol 3. Ordnung. Dann besitzt f in P drei Nullstellen a_1, a_2 und a_3 mit $a_1 + a_2 + a_3 \equiv 0 \mod \Gamma$.

BEWEIS: Die Gesamtordnung der Nullstellen muss 3 sein, deshalb kann man o.B.d.A. annehmen, dass es drei paarweise verschiedene Nullstellen erster Ordnung sind.

Wir betrachten f in der Nähe eines der Punkte a_i. Dort gibt es eine holomorphe Funktion h mit $h(a_i) \neq 0$, so dass gilt:

$$f(z) = (z - a_i)h(z) \text{ und } f'(z) = (z - a_i)h'(z) + h(z).$$

Sei $g(z) := h'(z)/h(z)$ und $F(z) := z \cdot f'(z)/f(z)$. Dann folgt:

$$F(z) = z \cdot g(z) + 1 + \frac{a_i}{z - a_i},$$

also $\text{res}_{a_i}(F) = a_i$ und $\int_{\partial P} F(z)\,dz = 2\pi\,\mathsf{i}\,(a_1 + a_2 + a_3)$. Das Integral berechnen wir nun nochmal auf andere Weise. Für zwei gegenüberliegende Seiten erhalten wir

$$\begin{aligned} \int_0^{\omega_1} F(z)\,dz - \int_{\omega_2}^{\omega_1+\omega_2} F(z)\,dz &= \int_0^{\omega_1} F(z)\,dz - \int_0^{\omega_1} F(u+\omega_2)\,du \\ &= -\int_0^{\omega_1} \omega_2 \frac{f'(u)}{f(u)}\,du. \end{aligned}$$

Ist $\sigma : [0,1] \to \mathbb{C}$ die Parametrisierung der Strecke von 0 nach ω_1, so folgt:

$$\int_\sigma \frac{f'(u)}{f(u)}\,du = \int_0^1 \frac{(f\circ\sigma)'(t)}{f\circ\sigma(t)}\,dt = \int_{f\circ\sigma} \frac{1}{z}\,dz = 2\pi\,\mathsf{i}\,\cdot n(f\circ\sigma, 0).$$

Weil f elliptisch ist, ist $f \circ \sigma$ ein geschlossener Weg. Ein analoges Ergebnis erhält man für die anderen beiden gegenüberliegenden Seiten. Also gibt es ganze Zahlen n_1 und n_2, so dass $2\pi\,\mathsf{i}\,(a_1 + a_2 + a_3) = -2\pi\,\mathsf{i}\,n_1\omega_1 - 2\pi\,\mathsf{i}\,n_2\omega_2$ ist. Daraus folgt die Behauptung. ■

Seite 264, ZEILE 8 von unten:

Es liegt ein kleiner Vorzeichenfehler vor, es muss heißen:

$$f_{a,b}(z) := \wp'(z) - (a\cdot\wp(z) + b) = -\frac{2}{z^3} - \frac{a}{z^2} - b + 2c_2 z + z^2(\ldots)$$

Seite 265, ZEILE 4 von unten:

Es fehlt einmal ein $+b$, es muss heißen:

$$\wp'(w_1) - \wp'(w_2) = \big(a\wp(w_1) + b\big) - \big(a\wp(w_2) + b\big) = a\big(\wp(w_1) - \wp(w_2)\big)$$

Zu Kapitel 5:

Abschnitt 5.1:

Seite 270, ZEILE 10:

Es fehlt das Wort „BEWEIS“.

Seite 270, ZEILE 15 von unten:

Es muss entweder „$\widehat{\varphi} : S^2 \to \overline{\mathbb{C}}$ mit $\widehat{\varphi}(z,h) := z/(1-h)$ für $(z,h) \in S^2 \setminus \{\mathbf{n}\}$ und $\widehat{\varphi}(\mathbf{n}) := \infty$“ oder „$\varphi : S^2 \setminus \{\mathbf{n}\} \to \mathbb{C}$ mit $\varphi(z,h) := z/(1-h)$ für $(z,h) \in \mathbb{C} \times \mathbb{R}$ und $|h| < 1$“ heißen.

Der „Nordpol“ $\mathbf{n} = (0,0,1)$ wurde ja schon früher eingeführt. Die letzte Zeile der Definition könnte deshalb einfach lauten: „Insbesondere ist dann $d_c(z,\infty) = \operatorname{dist}(\widehat{\varphi}^{-1}(z), \mathbf{n})$.“

In den Zeilen 1 und 6 von unten sollte man besser einheitlich φ durch $\widehat{\varphi}$ ersetzen, ebenso auf der nächsten Seite.

Seite 271, ZEILE 1:

l und s wurden als Funktionen von Elementen $z \in \mathbb{C}$ definiert. Deshalb muss es $s(z_i)$ und $l(z_i)$ statt $s(\mathbf{x}_i)$ und $l(\mathbf{x}_i)$ heißen.

Seite 272, ZEILE 17 von unten:

Wieder muss es hier $\widehat{\varphi}$ statt φ heißen.

Seite 272, ZEILE 15 von unten:

Im Beweis fehlen einige Details. So müsste man zunächst zeigen, dass $\widehat{\varphi}$ winkeltreu ist (man findet das in einzelnen spezialisierten Geometriebüchern, muss aber danach suchen). Außerdem muss erklärt werden, was es bedeutet, dass $f = \widehat{\varphi} \circ R \circ \widehat{\varphi}^{-1} : \overline{\mathbb{C}} \to \overline{\mathbb{C}}$ differenzierbar ist, und warum das überhaupt der Fall ist. Davon abgesehen, stimmt der Beweis aber. In der 3. Auflage findet man die fehlenden Teile.

Seite 273, ZEILE 15 von unten:

Der Satz von Gauß sollte hier tatsächlich nur in einer Richtung bewiesen werden, wie das auch geschehen ist, nur leider ist die Formulierung des Satzes diesbezüglich etwas missverständlich. In der 3. Auflage werden beide Richtungen ausführlich bewiesen.

Seite 275, ZEILE 6:

Die Definition sollte man auf $\overline{\mathbb{C}}$ ausdehnen:

Ist $\alpha : [0,1] \to \overline{\mathbb{C}}$ ein Integrationsweg, so bezeichnet man

$$L_s(\alpha) := \int_0^1 \frac{2|\alpha'(t)|}{1+|\alpha(t)|^2}\,dt$$

als ***sphärische Länge*** von α. (Trifft α den unendlich fernen Punkt, so gibt man an dieser Stelle dem Integranden den Wert 0).

Seite 275, Zeile 10:

Die Zeilen 10 bis 18 sollte man vielleicht durch den folgenden Text ersetzen:

Der Abstand zwischen zwei Punkten in $\overline{\mathbb{C}}$ wird dann – wie üblich – als Infimum über alle sphärischen Längen von Wegen, die diese Punkte verbinden, festgelegt. Tatsächlich gilt:

Sind $z, w \in \overline{\mathbb{C}}$, so kann man eine Drehung von S^2 finden, so dass die zugehörige Möbius-Transformation T den Punkt z auf 0 und den Punkt w auf eine positive reelle Zahl r abbildet. Dann ist $\tau(z,w) = \tau(0,r)$. Sei $\alpha(t) := rt$ (für $t \in [0,1]$) die Verbindungsstrecke zwischen 0 und r. Der Weg $\widehat{\alpha} := \widehat{\varphi}^{-1} \circ \alpha(t)$ verläuft unterhalb der reellen Achse auf S^2 und verbindet dort den Südpol $(0,-1)$ mit dem Punkt $\widehat{\varphi}^{-1}(r)$. Offensichtlich ist die Spur von $\widehat{\alpha}$ Teil des Großkreises durch $(0,-1)$, $(1,0)$ und $(0,1)$. Speziell im Falle $r=1$ ist das der Viertelkreisbogen von $(0,-1)$ nach $(1,0)$. Nun gilt:

$$\begin{aligned} L_s(\alpha) &= \int_0^1 \frac{2|\alpha'(t)|}{1+|\alpha(t)|^2}\,dt \;=\; \int_0^1 \frac{2r}{1+r^2t^2}\,dt \;=\; 2\int_0^r \frac{1}{1+u^2}\,du \\ &= 2\arctan(r) \;=\; 2\arctan(\tau(0,r)) \;=\; 2\arctan(\tau(z,w)) \;=\; d_s(z,w). \end{aligned}$$

Speziell im Falle $r=1$ ist $L_s(\alpha) = 2\arctan(1) = \pi/2$, wie man es auch erwarten würde. Allgemein gilt: Ist $\widehat{\varphi}^{-1} \circ \alpha$ Teil eine Großkreises auf S^2, so stimmt die sphärische Länge von α mit dem sphärischen Abstand der Endpunkte von α überein. Der chordale Abstand ist natürlich immer kleiner als der sphärische Abstand.

Abschnitt 5.2:

Seite 285, Zeile 13 von unten:

Hier ist ein Hinweis nicht verknüpft, man setze „Seite 105“ ein.

Abschnitt 5.3:

Seite 288, Zeile 3 von unten:

Es soll $\mathbb{C} \setminus \overline{D_\varepsilon(-w_0)}$ heißen.

Seite 289, Zeile 6:

Es soll $T_1'(z_0) = r > 0$ heißen.

Seite 291, Zeile 1 von unten:

Hier fehlt noch ein Beweisteil. Wenn K unendlich viele Zusammenhangskomponenten besitzt, dann wähle man für jedes $z \in K$ ein offenes Quadrat Q_z mit $z \in Q_z \subset\subset B$. Diese Quadrate bilden eine offene Überdeckung von K, und weil K kompakt ist, reichen endlich viele Quadrate $Q(\nu) := Q_{z_\nu}$, $\nu = 1, \ldots, N$, die K überdecken. Dann ist $K \subset K^* := \overline{Q}_1 \cup \ldots \cup \overline{Q}_N \subset B$, und K^* besitzt nur endlich viele Zusammenhangskomponenten. Dafür ist schon alles bewiesen.

Abschnitt 5.4:

Seite 298, Zeile 8:

Die Menge $\mathscr{O}$ der Funktionskeime über $\mathbb{C}$ ist eine sogenannte „Garbe". Allerdings wollte ich hier nicht über Garben sprechen. Das wird in der 3. Auflage nachgeholt. Die Menge $\mathscr{O}(U)$ der holomorphen Funktionen auf U liefert natürlich eine Teilmenge von $\mathscr{O}$ (die man mit $\mathscr{O}|_U$ bezeichnen würde), indem man von diesen Funktionen die Keime in allen Punkten $z \in U$ bildet.

Abschnitt 5.5:

Seite 301, Zeile 5:

Am Ende der Zeile muss es $z_{N(n)} = \gamma(t_n)$ heißen.

Seite 302, Zeile 10:

Man ersetze die Zeilen 10 bis 18 durch folgenden Text:

Der Weg γ, der z_0 über die z_n erreicht, ist als stetige Abbildung von einem abgeschlossenen Intervall nach $\overline{G}$ gleichmäßig stetig. Da $f(z_{2n})$ gegen $w_1 \in \partial\mathbb{D}$ und $f(z_{2n+1})$ gegen $w_2 \in \partial\mathbb{D}$ konvergiert, kann man (nach Anwendung geeigneter Drehungen und Auswahl geeigneter Teilfolgen) erreichen, dass gilt:

- w_1 und w_2 liegen in der rechten Halbebene, symmetrisch zur positiven reellen Achse.
- w_1 und w_2 liegen (wie in der Skizze auf Seite 302) außerhalb des durch L_1 und L_2 beschriebenen Sektors mit Öffnungswinkel $2\pi/M$.
- $\widetilde{C}_n$ liegt in $\mathbb{D} \setminus \overline{D}_{1-1/n}(0)$ **und** in der rechten Halbebene.

Seite 303, Zeile 6 von unten bis 1 von unten:

Es ist besser,

$$A_\delta = \mathbb{D} \cap D_\delta(-1) = \{w = -1 + re^{\mathrm{i}\,t} \,:\, 0 < r < \delta,\, -\varphi(r) < t < \varphi(r)\}$$

zu setzen. A_δ ist offen, und g ist als biholomorphe Abbildung ein C^1-Diffeomorphismus. Nach der Transformationsformel für Lebesgue-Integrale gilt dann:

$$\begin{aligned}
\mu(g(A_\delta)) &= \int_G \chi_{g(A_\delta)}\,d\mu_2 \,=\, \int_{\mathbb{D}} \big(\chi_{g(A_\delta)} \circ g\big)|J_g|\,d\mu_2 \\
&= \int_{\mathbb{D}} \chi_{A_\delta}(u,v)|g'(u,v)|\,du\,dv \\
&= \int_0^\delta \int_{-\varphi(r)}^{\varphi(r)} |g'(-1 + re^{\mathrm{i}\,t})|^2\, r\,dt\,dr.
\end{aligned}$$

Seite 304, Zeile 6 von unten:

Damit das verallgemeinerte Maximumprinzip optimal im Beweis des Satzes von Caratheodory benutzt werden kann, sollten in der Formulierung ein paar kleinere Änderungen vorgenommen werden. Hier an dieser Stelle sollte es heißen: „Winkel der Größe $2\pi/M < \pi/2$“.

Seite 304, Zeile 4 von unten:

Es sollte heißen: „$\widetilde{C}_n \subset \mathbb{D} \setminus \overline{D_{1-1/n}(0)}$ liegt in der rechten Halbebene.“

Seite 304, Zeile 3 von unten:

Es sollte heißen: „Es gibt Punkte $p_n \in \widetilde{C}_n \cap L_1$ (in der oberen Halbebene) und $q_n \in \widetilde{C}_n \cap L_2$ (in der unteren Halbebene).“

Seite 305, Zeile 1 ff:

Die Vorbemerkung im Beweis wird vielleicht durch folgenden Text etwas klarer:

Ist $h(z) = 0$, aber h nicht identisch null, so hat h eine lokale Normalform

$$h(z) = z^k \cdot \widetilde{h}(z), \text{ mit } k \geq 1 \text{ und } \widetilde{h}(0) \neq 0,$$

wobei $\widetilde{h}$ ansonsten die gleichen Eigenschaften wie h (holomorph und beschränkt) hat. Auf $\widetilde{C}_n$ strebt $|\widetilde{h}(z)| = |h(z)| \cdot |z|^{-k}$ für $n \to \infty$ (also $|z| \to 1$) gegen null. Deshalb können wir annehmen, dass $h(0) \neq 0$ ist.

Seite 305, Zeile 14 von unten:

Dass $\overline{h(\overline{w})}$ holomorph ist, ergibt sich eigentlich erst in Abschnitt 5.6 im Beweis des Schwarz'schen Spiegelungsprinzips. Also sollte man den Beweis dieser Hilfsaussage schon vor Lemma 5.4 einfügen.

Seite 305, Zeile 6 von unten:

… und deshalb ist $|h(T^k w)|$ nach oben abschätzbar durch $r_n B$.

Seite 306, Zeile 9:

Da $\overline{G}$ kompakt ist, gibt es ein $\delta_0 > 0$, so dass …

Abschnitt 5.6:

Seite 307, Zeile 15 (Lemma 5.6.1):

Die Aussage ist nur sinnvoll, wenn man G als konvex voraussetzt. Weil G' relativ kompakt in G liegt, sind dann die Grenzwerte a und b in G enthalten.

Seite 308, Zeile 11 ff:

Man sollte die Voraussetzungen des Satzes etwas enger fassen, indem man folgende Bedingung ergänzt: „$G := G_+ \cup I \cup G_-$ sei ein Gebiet."

Andernfalls wäre nicht sicher, dass die Umgebung $U = U_\varepsilon(t)$ in G enthalten ist.

Seite 308, Zeile 15:

Gemeint ist einfach: „… holomorph in den beiden Gebieten G_+ und G_-, … ".

Seite 308, Zeile 20:

Man ergänze am Ende der Zeile: „… für alle $z \in G_-$."

Seite 309, Zeile 5:

Der Teil des Beweises, in dem die Holomorphie von F auf G_- gezeigt wird, erübrigt sich, wenn man eine entsprechende Aussage schon in Abschnitt 5.5 bewiesen hat.

Seite 310, Zeile 7:

Man ersetze $U \cap \mathbb{R}$ durch $[a, b]$.

Seite 310, Zeile 9:

Rechtschreibfehler am Ende der Zeile: „im Komplexen".

Seite 311, Zeile 2 von unten:

Damit F_+ wohldefiniert ist, muss $\widehat{\gamma}(U \cap \mathbb{H}) \subset W \cap G$ sein. Das scheint nicht ganz offensichtlich zu sein. Hier ist ein Beweis dafür:

Voraussetzung ist „$\widehat{\gamma}^{-1}(W \cap G) \subset \mathbb{H}$". Zu zeigen wäre, dass $\widehat{\gamma}(U \cap \mathbb{H}) \subset W \cap G$ ist.

Annahme, diese Aussage gilt nicht. Nach Voraussetzung ist $\widehat{\gamma}([a,b]) = \gamma([a,b]) = C$. Außerdem gibt es (nach Annahme) ein $z_0 \in U \cap \mathbb{H}$ mit $w_0 := \widehat{\gamma}(z_0) \in W \cap (\mathbb{C} \setminus \overline{G})$, und (nach Voraussetzung) ein $z_1 \in U \cap \mathbb{H}$ mit $w_1 := \widehat{\gamma}(z_1) \in W \cap G$. O.B.d.A. sei U konvex (und damit auch $U \cap \mathbb{H}$ konvex). Dann verbindet die Strecke $\alpha(t) := z_0 + t(z_1 - z_0)$ (für $t \in [0,1]$) die Punkte z_0 und z_1 in $U \cap \mathbb{H}$. Der Weg $\widehat{\gamma} \circ \alpha : [0,1] \to W$ verbindet die Bildpunkte $w_0 \in \mathbb{C} \setminus \overline{G}$ und $w_1 \in G$ innerhalb W. Dann muss er aber $\partial G \cap W$ in einem Punkt w^* treffen. Also existiert ein $t^* \in [0,1]$ mit $\alpha(t^*) \in \widehat{\gamma}^{-1}(C) = U \cap \mathbb{R}$. Das ist ein Widerspruch, da $\alpha([0,1])$ in $\mathbb{H}$ liegt.

Seite 313, Zeile 14 von unten:

Man muss definieren:

$$\mathrm{Fat}(f) := \{z \in \overline{\mathbb{C}} \,:\, \exists\, W = W(z), \text{ so dass } (f^n|_W) \text{ eine } m\text{-normale Familie ist}\} \ldots$$

Abschnitt 5.7:

Seite 316, Zeile 9 von unten:

Satzanfang! „Daraus folgt:“

Seite 319, Zeile 13:

Statt „ein r mit $0 < r < 1$ muss es heißen: „ein $r > 0$“

Seite 321, Zeile 11 von unten ff:

Im Beweis der Formel von Schwarz-Christoffel fanden sich kleinere Ungereimtheiten:

Zeile 5 von unten:

Statt „Nach unserer letzten Folgerung“ besser: „Nach Folgerung 5.6.5“

Zeile 4 von unten:

a) Die Fortsetzungen einer Funktion (hier F) bezeichnet man am besten mit dem gleichen Buchstaben (hier also auch mit F).

b) Die Ableitung $F' : \mathbb{H} \to \mathbb{C}$ ist holomorph ...

Seite 322, Zeile 3 + 4:

$I_k = F^{-1}(S_k)$.

Zeile 7:

Weil $F(\mathring{I}_k) \subset S_k$ ist, gibt es $a_0, v_0 \in \mathbb{C}$ und ...

Zeile 11:

Der Differentialquotient ist überflüssig, einfach nur: $F'(t_0) = \varphi_k'(t_0) \cdot v_0$.

Seite 323, Zeile 12:

Man ergänze am Ende der Zeile den Satz „Nun muss noch das Verhalten von g' im Unendlichen untersucht werden.“

Zeile 3 von unten:

Das Symbol $\widetilde{g}$ wurde schon in Zeile 5 mit anderer Bedeutung benutzt. Deshalb sollte man hier ein anderes Symbol einführen, etwa $\widehat{g}$ statt $\widetilde{g}$.

Seite 324, Zeile 1:

Das Symbol g^* wurde in der Mitte von Seite 323 schon mit anderer Bedeutung benutzt. Deshalb sollte man ein anderes Symbol verwenden, etwa γ statt g^*.

Zeile 9 von unten:

$F'(z) = A \cdot \prod_{k=2}^{n} (z - \varrho_k)^{\alpha_k - 1}$, mit einer Konstanten $A \in \mathbb{C}$.

Seite 324, Zeile 5 von unten:

Die Formel von Schwarz-Christoffel muss umformuliert werden:

Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Polygongebiet mit den Ecken $\{w_1, \ldots, w_n\}$ und den Innenwinkeln $\alpha_k \pi$ für $k \in \{1, \ldots, n\}$. Außerdem sei F eine biholomorphe Abbildung von der oberen Halbebene $\mathbb{H}$ auf G und $\varrho_2, \ldots, \varrho_n$ eine streng monotone Folge reeller Zahlen, so dass ∞ auf die Ecke w_1 und jeweils ϱ_k auf die Ecke w_k abgebildet wird.

Dann gibt es komplexe Zahlen A, B, so dass F durch die Gleichung

$$F(z) := A \int_0^z \prod_{k=2}^{n} (\zeta - \varrho_k)^{\alpha_k - 1}\, d\zeta + B$$

gegeben wird.

Außerdem sollte angemerkt werden:

Normalerweise sind die Ecken w_k und die Winkel bekannt, aber nicht die Punkte $\varrho_k \in \mathbb{R}$. Deshalb reicht die Formel von Schwarz-Christoffel im allgemeinen nicht aus, um F oder F^{-1} zu bestimmen. Zwei der ϱ_k kann man frei wählen (weil jeweils drei Punkte aus $\overline{\mathbb{C}}$ mit einer Möbius-Transformation auf drei beliebig zu wählende andere Punkte abgebildet werden können). In gewissen Spezialfällen reicht das.

Seite 325, Zeile 2:

Man ergänze folgenden Satz:

Beim Dreieck klappt es mit der Formel von Schwarz-Christoffel, weil man ja drei Punkte auf $\mathbb{R}$ (inklusive ∞) beliebig wählen kann.

Seite 325, Zeile 15:

Hier ergänze man:

Beim Rechteck hat man zwar einen Parameter zu viel, kann aber die Bilder zweier Ecken vorgeben und bei den anderen Symmetrieeigenschaften ausnutzen.

Seite 325, Zeile 11 von unten:

Es ist ungünstig, die Indizes der Winkel mit k zu bezeichnen, und die Konstante in $F(z)$ ebenfalls. Das k im elliptischen Integral ist Tradition, deshalb sollte man besser für die Indizes der Winkel einen anderen Buchstaben wählen.

Seite 326, Zeile 6 von unten:

r sollte erst oben auf Seite 327 eingeführt werden.

Seite 327, Zeile 6:

Man ergänze:

Die Parametrisierung ist auf $[-\pi/4, \pi/4]$ definiert, man erhält damit den rechten, oberen Bogen, der von $(a\sqrt{2}, 0)$ bis $(0, 0)$ durchlaufen wird. Die anderen drei Stücke der Lemniskate erhält man durch Symmetriebetrachtungen.

Seite 327, Zeile 7 + 8:

Ist $(x, y) \in \Lambda$ und $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, so ist $r^2 = x^2 + y^2$ und $r^4 = 2a^2(x^2 - y^2)$, also $4a^2x^2 = 2a^2r^2 + r^4$ und $4a^2y^2 = 2a^2r^2 - r^4$. Das ergibt die Parametrisierung ...

Seite 328, Zeile 5 von unten:

Wegen der besseren Verständlichkeit sollte man τ statt t schreiben.

Seite 329, Zeile 1:

Statt „Punkte“ sollte es „Nullstellen“ heißen.