

## Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

### Blatt 7

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 08.12 bis 12.12 im Tutorium besprochen.

**Aufgabe 1:** In  $\mathbb{R}^2$  betrachte Koordinatensysteme  $\phi = (e_1, e_2)$ , d.h. die kanonische Basis und  $\phi' = \left( \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \right)$ . Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $M_\phi(f) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  gegeben.

- Welche geometrische Bedeutung hat  $f$ ?
- Bestimme die Transformationsmatrix von  $\phi$  nach  $\phi'$  und ihre Inverse.
- Bestimme  $M_{\phi'}(f)$ .

**Aufgabe 2:** Sei  $A \in k^{m \times n}$ ,  $T \in GL_m(k)$ . Dann gilt:

- $Z(TA) = Z(A)$ .
- $S(TA) = f_T S(A) = TS(A)$ ; gib Isomorphismen zwischen  $S(TA)$  und  $S(A)$  an und folgere  $\dim S(TA) = \dim S(A)$ .
- Zeige:  $\dim Z(R) = \dim S(R) = r$  direkt für eine reduzierte Zeilenstufenmatrix  $R$  mit  $r$  Stufen.
- Folgere aus a), b), c) erneut: Zeilenrang von  $A$  = Spaltenrang von  $A$ .

**Aufgabe 3:** Sei  $A \in k^{m \times n}$  und  $f_A = A : k^n \rightarrow k^m$  zugehörige lineare Abbildung. Dann sind gleichwertig:

- $f_A$  injektiv
- $\dim S(A) = n$
- Die Spalten von  $A$  sind linear unabhängig.
- $\exists B \in k^{n \times m}$  mit  $BA = E_n$ .