Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

Blatt 3

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 10.11 bis 14.11 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1: Es sei V ein k-Vektorraum. Leite die folgenden Eigenschaften aus den Vektorraumaxiomen ab:

a) $\alpha \cdot 0 = 0$ für alle $\alpha \in k$,

b) $0 \cdot v = 0$ für alle $v \in V$,

c) $(-\alpha) \cdot v = -(\alpha \cdot v)$ für alle $\alpha \in k$, $v \in V$,

d) $\alpha \cdot (-v) = -(\alpha \cdot v)$ für alle $\alpha \in k$, $v \in V$,

e) $(\alpha - \beta) \cdot v = \alpha \cdot v - \beta \cdot v$ für alle $\alpha, \beta \in k$, $v \in V$,

f) $\alpha \cdot (\beta \cdot v - w) = \beta \cdot \alpha \cdot v - \alpha \cdot w$ für alle $\alpha, \beta \in k$, $v, w \in V$,

g) $\alpha \cdot (v_1 + v_2 + \ldots + v_n) = \alpha \cdot v_1 + \alpha \cdot v_2 + \ldots + \alpha \cdot v_n$ für alle $\alpha \in k$, $v_1, v_2, \ldots, v_n \in V$,

h) Wenn $\alpha \cdot v = 0$, so gilt $\alpha = 0$ oder $v = 0$ für $\alpha \in k$, $v \in V$.

Aufgabe 2: Berechne den Schnittpunkt der Geraden g, h in der euklidischen Ebene E, die in parameterfreier Form wie folgt gegeben sind:

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in E \,\middle|\, 4x + y + 8 = 0 \right\} \text{ und } h = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in E \,\middle|\, -3x + 2y + 5 = 0 \right\}.$$

Aufgabe 3: Entscheide für die folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ ob sie linear unabhängig, ein Erzeugendensystem oder eine Basis sind.

a) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$ in $\mathbb{R}^2$.

b) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{bmatrix} \right\}$ in $\mathbb{R}^3$ in Abhängigkeit von einer reellen Zahl a.

c) $\{0, v, w, v + w\}$ in $\mathbb{R}^2$ für Vektoren v, w, die nicht auf einer Geraden liegen.

d) $\{v_1, \ldots, v_n\}$ in $\mathbb{R}^n$, wobei die Einträge 1 bis i des Vektors v_i gerade gleich i sind, die Einträge $i + 1$ bis n gleich 0.