

## Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

### Blatt 11

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 19.01 bis 23.01 im Tutorium besprochen.

**Aufgabe 1:** Sei  $\mathbf{k}$  ein beliebiger Körper. Man betrachte die Abbildung  $\Phi : \mathbf{k}[X] \rightarrow \mathbf{k}^{\mathbf{k}} = \{f | f : \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}\}$  mit  $(\Phi(P))(a) = P(a)$  für  $a \in \mathbf{k}$ .

- Zeigen Sie, dass  $\Phi$  ein  $\mathbf{k}$ -Algebrenhomomorphismus ist, wobei in  $\mathbf{k}^{\mathbf{k}}$  die Addition und Multiplikation punktweise definiert sind.
- Man zeige, dass  $\Phi$  genau dann injektiv ist, wenn  $\mathbf{k}$  unendlich ist.

( $f : \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}$  heißt polynomiale Funktion genau dann, wenn  $f$  im Bild von  $\Phi$  liegt. Für unendliche Körper braucht man also zwischen Polynomen und polynomialen Funktionen nicht zu unterscheiden.)

**Aufgabe 3:** Man bestimme Real- und Imaginärteil, den Betrag und die konjugiert-komplexe Zahl zu

$$\frac{1}{1+i}; \quad \frac{2-i}{2+i}; \quad \frac{3+4i}{1+2i}; \quad (2+i)^n, n \in \mathbb{Z}; \quad \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n, n \in \mathbb{Z}.$$

(Tipp: Es gilt  $z^{-1} = \frac{1}{z\bar{z}}\bar{z}$ .)

**Aufgabe 3:** a) Man bestimme die Quadratwurzel von  $i$ ,  $8 - 6i$ ,  $3 - 4i$ .

b) Man bestimme die Quadratwurzeln von  $-i$ ,  $-1 + i$ .

c) Man löse die Gleichungen  $x^2 + (1 - 4i)x - 5 + i = 0$  und  $x^2 + (2i - 3)x + 1 + 2i = 0$  sowie  $x^2 - (2 + 2i)x + 3 - 2i = 0$  und  $x^2 + (2 - 6i)x + 3 - 18i = 0$ .

**Aufgabe 4:** Berechnen Sie charakteristische Polynome und Eigenwerte von einigen Matrizen.