

Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

Blatt 11

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 19.01 bis 23.01 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1: Sei \mathbf{k} ein beliebiger Körper. Man betrachte die Abbildung $\Phi : \mathbf{k}[X] \rightarrow \mathbf{k}^{\mathbf{k}} = \{f | f : \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}\}$ mit $(\Phi(P))(a) = P(a)$ für $a \in \mathbf{k}$.

- Zeigen Sie, dass Φ ein \mathbf{k} -Algebrenhomomorphismus ist, wobei in $\mathbf{k}^{\mathbf{k}}$ die Addition und Multiplikation punktweise definiert sind.
- Man zeige, dass Φ genau dann injektiv ist, wenn \mathbf{k} unendlich ist.

($f : \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}$ heißt polynomiale Funktion genau dann, wenn f im Bild von Φ liegt. Für unendliche Körper braucht man also zwischen Polynomen und polynomialen Funktionen nicht zu unterscheiden.)

Aufgabe 3: Man bestimme Real- und Imaginärteil, den Betrag und die konjugiert-komplexe Zahl zu

$$\frac{1}{1+i}; \quad \frac{2-i}{2+i}; \quad \frac{3+4i}{1+2i}; \quad (2+i)^n, n \in \mathbb{Z}; \quad \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n, n \in \mathbb{Z}.$$

(Tipp: Es gilt $z^{-1} = \frac{1}{z\bar{z}}\bar{z}$.)

Aufgabe 3: a) Man bestimme die Quadratwurzel von i , $8 - 6i$, $3 - 4i$.

b) Man bestimme die Quadratwurzeln von $-i$, $-1 + i$.

c) Man löse die Gleichungen $x^2 + (1 - 4i)x - 5 + i = 0$ und $x^2 + (2i - 3)x + 1 + 2i = 0$ sowie $x^2 - (2 + 2i)x + 3 - 2i = 0$ und $x^2 + (2 - 6i)x + 3 - 18i = 0$.

Aufgabe 4: Berechnen Sie charakteristische Polynome und Eigenwerte von einigen Matrizen.