Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

Blatt 10

Aktuelle Informationen:
1. Zusatztermin für Fragen zur Klausurvorbereitung am Samstag, 24.1.2009, 9-12 Uhr.
2. Klausurtermin: 7.2.2009, 10-12 Uhr.
3. Nachklausur am 28.3.2009, 10-12 Uhr.

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 12.01 bis 16.01 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1: Rechnen in Restklassenringen $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ und in $\mathbf{k}[X]/(Q)$.

Aufgabe 2: Sei $P = a_0 + a_1X + \cdots + a_{n-1}X^{n-1} + X^n$ normiert, $V := \mathbf{k}[X]/(P)$. Sei $f : V \to V$ die Multiplikation mit $\overline{X}$, d.h. $f(\overline{Q}) = \overline{XQ}$. Sei $\varphi = (\overline{1}, \overline{X}, \ldots, \overline{X}^{n-1})$ die 'Standardbasis' von V. Zeigen Sie, dass $M_\varphi(f) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 & -a_{n-2} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}$.

Aufgabe 3: Betrachten Sie $\mathbb{C} = \mathbb{R}[X]/(X^2 + 1)$.

a) $\mathbb{C}$ hat als $\mathbb{R}$-Basis $\overline{1}$ und $i := \overline{X}$.

b) Es ist $i^2 = -1$ und man hat für $z = z_1 + iz_2,\ z' = z_1' + iz_2'$ die Rechenregeln $zz' = (z_1z_1' - z_2z_2') + i(z_2z_1' + z_1z_2'),\ z + z' = (z_1 + z_1') + i(z_2 + z_2')$.

Aufgabe 4: Setze $\mathbb{C} = \{\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ und $i = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Zeigen Sie, dass $\mathbb{C}$ eine Unteralgebra von $\mathbb{R}^{2\times 2}$ ist, die ein Körper ist.