Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Linearen Algebra I WS 08/09

Beispiel 3: Wir bestimmen den Rang der Matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ indem wir sie auf reduzierte Zeilenstufenform bringen. Parallel dazu führen wir die gleichen Operationen auf der Einheitsmatrix aus um die Inverse von A, falls diese existiert, zu erhalten.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ vertausche I und II}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ziehe I von III ab}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ addiere II und III}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ multipliziere III mit -1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ ziehe 2·II von I ab}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ ziehe 7·III von I ab}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -6 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ addiere 4·III zu II}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -6 & 7 \\ -3 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ fertig.}$$

Die inverse Matrix ist also $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 7 \\ -3 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.