



Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2012

1. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Aussagenlogik — 5 Punkte)

Der Sheffer-Strich $|$ für zwei aussagenlogische Variablen a, b ist wie folgt definiert:

a	b	$a b$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Zeigen Sie, dass der Sheffer-Strich vollständig ist, das heißt, dass die Operatoren \neg, \wedge, \vee durch den Sheffer-Strich dargestellt werden können.

Aufgabe 2 (Prädikatenlogik — 5 Punkte)

Formulieren Sie folgende Aussagen in Quantorenschreibweise und negieren Sie diese:

- Alle Übungsaufgaben sind sinnvoll und helfen beim Bestehen der Klausuren.
- Eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt stetig in $x_0 \in \mathbb{R}$, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ existiert, so dass für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - x_0| < \delta$ auch $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist.

Aufgabe 3 (Vollständige Induktion — 5 Punkte)

Zeigen Sie:

$$5^{2n} + 1 \text{ ist ohne Rest durch } 2 \text{ teilbar für alle ganzzahligen } n \geq 0.$$

Aufgabe 4 (Sprachen — 5 Punkte)

Gegeben sei $\Sigma = \{c, d, e, f, g, a, h\}$.

- Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Worte der Länge n über Σ mit genau k Vorkommen des Zeichens c .
- Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Worte der Länge n über Σ mit höchstens k Vorkommen des Zeichens h .