



## Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2018

### Zugabe zum 10. Übungsblatt

Zu Aufgabe 4 auf Blatt 9 (CNF) / Aufgabe 3 auf Blatt 10 (GNF)

#### Voraussetzung: CNF

Eine zu Grammatik  $G$  von Blatt 4, Aufgabe 1b äquivalente Grammatik  $G'$  in CNF ist gegeben durch

$$G' = (\{S, A, B, C, A_a, A_b, A_c, C_1, C_2\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AC_1 | AA | AC | CA | A_a C_2 | A_b B | b | c | CA_c | A_a A_a | \varepsilon \\ A \rightarrow A_a C_2 | A_b B | b | c | CA_c | A_a A_a \\ B \rightarrow A_b B | b \\ C \rightarrow CA_c | c \\ C_1 \rightarrow CA \\ C_2 \rightarrow AA_a \\ A_a \rightarrow a \\ A_b \rightarrow b \\ A_c \rightarrow c \end{array} \right.$$

oder umbenannt:

$$G' = (\{A_1, \dots, A_9\}, \{a, b, c\}, P, A_1)$$

mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow A_2 A_5 | A_2 A_2 | A_2 A_4 | A_4 A_2 | A_7 A_6 | A_8 A_3 | b | c | A_4 A_9 | A_7 A_7 \\ A_2 \rightarrow A_7 A_6 | A_8 A_3 | b | c | A_4 A_9 | A_7 A_7 \\ A_3 \rightarrow A_8 A_3 | b \\ A_4 \rightarrow A_4 A_9 | c \\ A_5 \rightarrow A_4 A_2 \\ A_6 \rightarrow A_2 A_7 \\ A_7 \rightarrow a \\ A_8 \rightarrow b \\ A_9 \rightarrow c \end{array} \right. .$$

**Schritte 1.a und 1.b:**

$A_4$  : Für die linksrekursive Regel  $A_4 \rightarrow A_4A_9$ :

Neue Variable  $B_4$ , neue Regeln  $B_4 \rightarrow A_9B_4|A_9$ , streiche  $A_4 \rightarrow A_4A_9$ , neue Regel  $A_4 \rightarrow cB_4$ .

$A_5$  : Für die Regel  $A_5 \rightarrow A_4A_2$ :

Neue Regeln  $A_5 \rightarrow cA_2|cB_4A_2$ , streiche  $A_5 \rightarrow A_4A_2$

$A_6$  : Für die Regel  $A_6 \rightarrow A_2A_7$ :

Neue Regeln  $A_6 \rightarrow A_7A_6A_7|A_8A_3A_7|bA_7|cA_7|A_4A_9A_7|A_7A_7A_7$

Streiche Regel  $A_6 \rightarrow A_2A_7$

Für die (neue) Regel  $A_6 \rightarrow A_4A_9A_7$ :

Neue Regeln  $A_6 \rightarrow cA_9A_7|cB_4A_9A_7$

Streiche Regel  $A_6 \rightarrow A_4A_9A_7$

Die veränderte Regelmenge sieht nun so aus:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow A_2A_5|A_4A_2|A_2A_2|A_2A_4|A_7A_6|A_8A_3|b|c|A_4A_9|A_7A_7 \\ A_2 \rightarrow A_7A_6|A_8A_3|b|A_4A_9|c|A_7A_7 \\ A_3 \rightarrow A_8A_3|b \\ A_4 \rightarrow c|cB_4 \\ A_5 \rightarrow cA_2|cB_4A_2 \\ A_6 \rightarrow A_7A_6A_7|A_8A_3A_7|bA_7|cA_7|cA_9A_7|cB_4A_9A_7|A_7A_7A_7 \\ A_7 \rightarrow a \\ A_8 \rightarrow b \\ A_9 \rightarrow c \\ B_4 \rightarrow A_9B_4|A_9 \end{array} \right\} .$$

**Schritt 2** (Bringe die Regeln  $A_i \rightarrow A_j x$  in GNF:)

$A_9$  : ✓

$A_8$  : ✓

$A_7$  : ✓

$A_6$  : Ersetze  $A_7$  und  $A_8$  am Anfang der Regeln durch  $a$  bzw.  $b$  und entferne die entsprechenden alten Regeln. Die Neue Regelmenge für  $A_6$  lautet damit

$$A_6 \rightarrow aA_6A_7 | bA_3A_7 | bA_7 | cA_7 | cA_9A_7 | cB_4A_9A_7 | aA_7A_7.$$

$A_5$  : ✓, da alle Regeln schon mit einem  $c$  anfangen.

$A_4$  : ✓

$A_3$  : Neue Regelmenge für  $A_3$ :

$$A_3 \rightarrow bA_3 | b.$$

$A_2$  : Ersetze  $A_7, A_8$  wie soeben. Beim Ersetzen von  $A_4$  muss man zwei neue Regeln hinzufügen:

$$A_2 \rightarrow aA_6 | bA_3 | b | cA_9 | cB_4A_9 | c | aA_7.$$

$A_1$  : Neue Regelmenge für  $A_1$ :

$$\begin{aligned} A_1 \rightarrow & aA_6A_5 | bA_3A_5 | bA_5 | cA_9A_5 | cB_4A_9A_5 | cA_5 | aA_7A_5 | \\ & cA_2 | cB_4A_2 | \\ & aA_6A_2 | bA_3A_2 | bA_2 | cA_9A_2 | cB_4A_9A_2 | cA_2 | aA_7A_2 | \\ & aA_6A_4 | bA_3A_4 | bA_4 | cA_9A_4 | cB_4A_9A_4 | cA_4 | aA_7A_4 | \\ & aA_6 | \\ & bA_3 | \\ & b | c | \\ & cA_9 | cB_4A_9 | \\ & aA_7 \end{aligned}$$

**Schritt 3** (Bringe die Regeln  $B_i \rightarrow A_j x$  in GNF:)

$B_4$  : Neue Regelmenge für  $B_4$ :

$$B_4 \rightarrow cB_4|c$$

Insgesamt lautet die neue Regelmenge in GNF nun:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow aA_6A_5|bA_3A_5|bA_5|cA_9A_5|cB_4A_9A_5|cA_5|aA_7A_5|cA_2|cB_4A_2| \\ \quad aA_6A_2|bA_3A_2|bA_2|cA_9A_2|cB_4A_9A_2|cA_2|aA_7A_2|aA_6A_4|bA_3A_4| \\ \quad bA_4|cA_9A_4|cB_4A_9A_4|cA_4|aA_7A_4|aA_6|bA_3|b|c|cA_9|cB_4A_9|aA_7 \\ A_2 \rightarrow aA_6|bA_3|b|cA_9|cB_4A_9|c|aA_7 \\ A_3 \rightarrow bA_3|b \\ A_4 \rightarrow c|cB_4 \\ A_5 \rightarrow cA_2|cB_4 \\ A_6 \rightarrow aA_6A_7|bA_3A_7|bA_7|cA_7|aA_7A_7|cA_9A_7|cB_4A_9A_7 \\ A_7 \rightarrow a \\ A_8 \rightarrow b \\ A_9 \rightarrow c \\ B_4 \rightarrow cB_4|c \end{array} \right\} .$$