



Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2017

12. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Abgeschlossenheit von \mathcal{L}_2)

Zeigen Sie, dass \mathcal{L}_2 nicht abgeschlossen bzgl. Durchschnitt und Komplementbildung ist.

Aufgabe 2 (Unendlichkeitstest für \mathcal{L}_2 -Sprachen)

Zeigen Sie:

Für $L \in \mathcal{L}_2$ und $n \in \mathbb{N}$ gemäß dem PL für \mathcal{L}_2 gilt:

$$|L| = \infty \Leftrightarrow \exists z \in L \text{ mit } n \leq |z| < 2n.$$

Aufgabe 3 (Entscheidbarkeit in \mathcal{L}_2)

Zeigen Sie, dass für $L \in \mathcal{L}_2$ folgende Probleme entscheidbar sind:

- Leerheitsproblem: $(L = \emptyset?)(L)$
- Endlichkeitsproblem: $(|L| < \infty?)(L)$.

Aufgabe 4 (Turingmaschine)

Geben Sie eine Turingmaschine an, die folgende Funktion f_T berechnet:

$$f_T : \{0, 1\}^+ \rightarrow \{0, 1\}^+ \quad f_T(w) = \begin{cases} w & \text{falls } w = \text{bin}(n) \text{ für ein } n \in \mathbb{N} \\ \perp & \text{sonst.} \end{cases}$$

Hierbei beschreibt $\text{bin}(n)$ die Dualdarstellung einer Zahl n , die für $x > 0$ stets mit der Ziffer 1 beginnt.

Aufgabe 5 (Turingmaschine)

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die folgende Funktion f_T berechnet:

$$f_T : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1, \#\}^*, \quad f_T(w) = w\#w.$$