



Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2017

Zugabe zum 11. Übungsblatt

Zu Aufgabe 4 auf Blatt 10 (CNF) / Aufgabe 3 auf Blatt 11 (GNF)

Voraussetzung: CNF

Eine zu Grammatik G von Blatt 4, Aufgabe 1b äquivalente Grammatik G' in CNF ist gegeben durch

$$G' = (\{S, A, B, C, A_a, A_b, A_c, C_1, C_2\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AC_1 | AA | AC | CA | A_a C_2 | A_b B | b | c | CA_c | A_a A_a | \varepsilon \\ A \rightarrow A_a C_2 | A_b B | b | c | CA_c | A_a A_a \\ B \rightarrow A_b B | b \\ C \rightarrow CA_c | c \\ C_1 \rightarrow CA \\ C_2 \rightarrow AA_a \\ A_a \rightarrow a \\ A_b \rightarrow b \\ A_c \rightarrow c \end{array} \right.$$

oder umbenannt:

$$G' = (\{A_1, \dots, A_9\}, \{a, b, c\}, P, A_1)$$

mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow A_2 A_5 | A_2 A_2 | A_2 A_4 | A_4 A_2 | A_7 A_6 | A_8 A_3 | b | c | A_4 A_9 | A_7 A_7 \\ A_2 \rightarrow A_7 A_6 | A_8 A_3 | b | c | A_4 A_9 | A_7 A_7 \\ A_3 \rightarrow A_8 A_3 | b \\ A_4 \rightarrow A_4 A_9 | c \\ A_5 \rightarrow A_4 A_2 \\ A_6 \rightarrow A_2 A_7 \\ A_7 \rightarrow a \\ A_8 \rightarrow b \\ A_9 \rightarrow c \end{array} \right.$$

Schritte 1.a und 1.b:

A_4 : Für die linksrekursive Regel $A_4 \rightarrow A_4A_9$:

Neue Variable B_4 , neue Regeln $B_4 \rightarrow A_9B_4|A_9$, streiche $A_4 \rightarrow A_4A_9$, neue Regel $A_4 \rightarrow cB_4$.

A_5 : Für die Regel $A_5 \rightarrow A_4A_2$:

Neue Regeln $A_5 \rightarrow cA_2|cB_4A_2$, streiche $A_5 \rightarrow A_4A_2$

A_6 : Für die Regel $A_6 \rightarrow A_2A_7$:

Neue Regeln $A_6 \rightarrow A_7A_6A_7|A_8A_3A_7|bA_7|cA_7|A_4A_9A_7|A_7A_7A_7$

Streiche Regel $A_6 \rightarrow A_2A_7$

Für die (neue) Regel $A_6 \rightarrow A_4A_9A_7$:

Neue Regeln $A_6 \rightarrow cA_9A_7|cB_4A_9A_7$

Streiche Regel $A_6 \rightarrow A_4A_9A_7$

Die veränderte Regelmenge sieht nun so aus:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow A_2A_5|A_4A_2|A_2A_2|A_2A_4|A_7A_6|A_8A_3|b|c|A_4A_9|A_7A_7 \\ A_2 \rightarrow A_7A_6|A_8A_3|b|A_4A_9|c|A_7A_7 \\ A_3 \rightarrow A_8A_3|b \\ A_4 \rightarrow c|cB_4 \\ A_5 \rightarrow cA_2|cB_4A_2 \\ A_6 \rightarrow A_7A_6A_7|A_8A_3A_7|bA_7|cA_7|cA_9A_7|cB_4A_9A_7|A_7A_7A_7 \\ A_7 \rightarrow a \\ A_8 \rightarrow b \\ A_9 \rightarrow c \\ B_4 \rightarrow A_9B_4|A_9 \end{array} \right\} .$$

Schritt 2 (Bringe die Regeln $A_i \rightarrow A_j x$ in GNF:)

A_9 : ✓

A_8 : ✓

A_7 : ✓

A_6 : Ersetze A_7 und A_8 am Anfang der Regeln durch a bzw. b und entferne die entsprechenden alten Regeln. Die Neue Regelmenge für A_6 lautet damit

$$A_6 \rightarrow aA_6A_7|bA_3A_7|bA_7|cA_7|cA_9A_7|cB_4A_9A_7|aA_7A_7.$$

A_5 : ✓, da alle Regeln schon mit einem c anfangen.

A_4 : ✓

A_3 : Neue Regelmenge für A_3 :

$$A_3 \rightarrow bA_3|b.$$

A_2 : Ersetze A_7, A_8 wie soeben. Beim Ersetzen von A_4 muss man zwei neue Regeln hinzufügen:

$$A_2 \rightarrow aA_6|bA_3|b|cA_9|cB_4A_9|c|aA_7.$$

A_1 : Neue Regelmenge für A_1 :

$$\begin{aligned} A_1 \rightarrow & aA_6A_5|bA_3A_5|bA_5|cA_9A_5|cB_4A_9A_5|cA_5|aA_7A_5| \\ & cA_2|cB_4A_2| \\ & aA_6A_2|bA_3A_2|bA_2|cA_9A_2|cB_4A_9A_2|cA_2|aA_7A_2| \\ & aA_6A_4|bA_3A_4|bA_4|cA_9A_4|cB_4A_9A_4|cA_4|aA_7A_4| \\ & aA_6| \\ & bA_3| \\ & b|c| \\ & cA_9|cB_4A_9| \\ & aA_7 \end{aligned}$$

Schritt 3 (Bringe die Regeln $B_i \rightarrow A_j x$ in GNF:)

B_4 : Neue Regelmenge für B_4 :

$$B_4 \rightarrow cB_4|c$$

Insgesamt lautet die neue Regelmenge in GNF nun:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A_1 \rightarrow aA_6A_5|bA_3A_5|bA_5|cA_9A_5|cB_4A_9A_5|cA_5|aA_7A_5|cA_2|cB_4A_2| \\ \quad aA_6A_2|bA_3A_2|bA_2|cA_9A_2|cB_4A_9A_2|cA_2|aA_7A_2|aA_6A_4|bA_3A_4| \\ \quad bA_4|cA_9A_4|cB_4A_9A_4|cA_4|aA_7A_4|aA_6|bA_3|b|c|cA_9|cB_4A_9|aA_7 \\ A_2 \rightarrow aA_6|bA_3|b|cA_9|cB_4A_9|c|aA_7 \\ A_3 \rightarrow bA_3|b \\ A_4 \rightarrow c|cB_4 \\ A_5 \rightarrow cA_2|cB_4 \\ A_6 \rightarrow aA_6A_7|bA_3A_7|bA_7|cA_7|aA_7A_7|cA_9A_7|cB_4A_9A_7 \\ A_7 \rightarrow a \\ A_8 \rightarrow b \\ A_9 \rightarrow c \\ B_4 \rightarrow cB_4|c \end{array} \right\} .$$