



# Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit

Sommersemester 2017

## 1. Übungsblatt

### Aufgabe 1 (Aussagenlogik)

Der Sheffer-Strich „|“ für zwei aussagenlogische Variablen  $a, b$  ist wie folgt definiert:

$a$	$b$	$a b$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Zeigen Sie, dass der Sheffer-Strich vollständig ist, das heißt, dass die Operatoren  $\neg, \wedge, \vee$  durch den Sheffer-Strich (ohne Verwendung weiterer Operatoren) dargestellt werden können.

### Aufgabe 2 (Prädikatenlogik)

- a) Formulieren Sie folgende Aussage in Quantorenschreibweise:  
„Eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  heißt stetig in  $x_0 \in \mathbb{R}$ , wenn zu jedem  $\varepsilon > 0$  ein  $\delta > 0$  existiert, so dass für alle  $x \in \mathbb{R}$  mit  $|x - x_0| < \delta$  auch  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$  ist.“  
Negieren Sie den zweiten Teil der Aussage: „Zu jedem  $\varepsilon > 0$  ...“
- b) Formulieren Sie folgende Aussage in Quantorenschreibweise und negieren Sie diese:  
„Alle Übungsaufgaben sind sinnvoll und helfen beim Bestehen der Klausuren.“
- c) Negieren Sie folgende Aussagen:
- „Ich gehe nicht spazieren, wenn es regnet.“
  - „Ich gehe höchstens dann spazieren, wenn die Sonne scheint.“
  - „Ich gehe genau dann nicht spazieren, wenn die Sonne nicht scheint.“

### Aufgabe 3 (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie:

$$5^{2n} + 1 \text{ ist ohne Rest durch } 2 \text{ teilbar für alle ganzzahligen } n \geq 0.$$

### Aufgabe 4 (Sprachen)

Gegeben sei  $\Sigma = \{c, d, e, f, g, a, h\}$ .

- a) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Worte der Länge  $n$  über  $\Sigma$  mit genau  $k$  Vorkommen des Zeichens  $c$ .
- b) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Worte der Länge  $n$  über  $\Sigma$  mit höchstens  $k$  Vorkommen des Zeichens  $h$ .