

Mathematik B: Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen:

$$a_n = \frac{3n^4 + n^{\frac{7}{2}}}{-3n^4 + 24n^3 - 72n^2 + 96n - 48}, \quad b_n = (-1)^n \frac{(n+1)^2 - n - n^2}{n^2 + 3},$$
$$c_n = \frac{n^{\frac{5}{2}} + n^{\frac{3}{2}}}{(n+2)^2}, \quad d_n = \frac{n^3(n^2 - 1)}{n(n-1)(n-2)(n+6)(n+1)}.$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie mit Definition 2.3.1, dass

$$a_n = \frac{n \cos(n^3)}{n^2 + 7}$$

gegen 0 konvergiert. Prüfen Sie hierzu die Definition zuerst für $\varepsilon = \frac{1}{10}$ und dann für beliebiges $\varepsilon > 0$ nach.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen:

$$a_n = \ln \left(\frac{3n^2 + 7}{2n(n-1)} \right) + e^{\cos(\frac{\pi}{n})}, \quad b_n = \frac{\sqrt{5n^2 - 3n + 4}}{6n - 1}$$
$$c_n = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2n \cdot \cos(n^3)}{n^2 + 7} \right), \quad d_n = \frac{n - 1}{2\pi n \sin \left(\frac{\pi n}{6n+1} \right) - n}.$$

Aufgabe 4. Geben Sie die Häufungswerte der Folge (a_n) an sowie für jeden Häufungswert eine Teilfolge, die gegen den Häufungswert konvergiert:

$$a_n = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \frac{n^2}{\sqrt{n^4 + 7n^2 + 3}}.$$

Bonusaufgabe(5 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folgen:

$$a_n = \sin \left(\frac{2\pi^2 + 4n}{\sqrt{36n^4 + 36n^3}} \right), \quad b_n = \ln \left(\frac{n^3 + n^4}{n(n+1)^3} \right) + e^{\sin \left(\frac{4\pi(n^2+3)}{6\sqrt{n^4+n^3}} \right)}$$
$$c_n = (-1)^n \frac{(n+3)^2 - n^2}{n(n-4)}, \quad d_n = \frac{n^{\frac{9}{2}} + n}{(n+3)^3}$$

(b) Geben Sie die Häufungswerte der Folge (a_n) an sowie für jeden Häufungswert eine Teilfolge, die gegen den Häufungswert konvergiert.

$$a_n = \frac{(-1)^n n^3 + \sqrt{n}}{3n^3 + 7}.$$

Besprechung dieses Blattes in den Übungen von Montag, 04.05.20 bis Freitag, 08.05.20
Abgabe der Bonusaufgabe bis Dienstag, 12.05.20, 16 Uhr