

## Zusammenfassung Vorlesung 5

- $(a_{n_k})_{k \in \mathbb{N}} = (a_{n_0}, a_{n_1}, a_{n_2}, \dots)$  mit  $n_0 < n_1 < n_2 < \dots$

heißt Teilfolge der Folge  $(a_n)$  und entsteht aus  $(a_n)$  durch Weglassen von Folgengliedern.

$a \in \mathbb{R}$  ist Läufungswert von  $(a_n)$  wenn eine Teilfolge  $(a_{n_k})$  gegen  $a$  konvergiert:  $a_{n_k} \rightarrow a$  für  $k \rightarrow \infty$ .

Esgilt: Jede beschränkte Folge hat einen Läufungswert

- Bestimmte Divergenz nach  $\infty$  oder  $-\infty$ :  $a_n \rightarrow \infty$  (oder  $-\infty$ )

man sagt auch:  $a_n$  konvergiert uneigentlich nach  $\pm\infty$

Regeln: i)  $|a_n| \rightarrow \infty \Leftrightarrow \frac{1}{a_n} \rightarrow 0$

$$a_n \rightarrow 0 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{a_n} \right| \rightarrow \infty$$

ii) Wenn  $a_n \rightarrow \infty$ ,  $b_n \rightarrow b \in \mathbb{R}$ , dann

$$a_n + b_n \rightarrow \infty, \quad a_n b_n \rightarrow \begin{cases} \infty, & \text{falls } b > 0 \\ -\infty, & \text{falls } b < 0 \end{cases}$$

Bei  $b = 0$  keine Aussage über  $a_n b_n$ .

iii)  $a_n \rightarrow \infty, b_n \rightarrow \infty \Rightarrow a_n + b_n$  und  $a_n b_n \rightarrow \infty$

( $a_n$  und  $b_n \rightarrow -\infty \Rightarrow a_n + b_n \rightarrow -\infty$ , aber  $a_n b_n \rightarrow +\infty$ )

Achtung: 1) " $\infty \cdot 0$ ", " $\infty - \infty$ ", " $\frac{\infty}{\infty}$ ", " $\frac{0}{0}$ " sind nicht unbestimmt

2) Konvergenz bedeutet immer Konvergenz gegen eine endliche Zahl  $a \in \mathbb{R}$ , nicht Unendlich!

$a_n \rightarrow \pm\infty$ : bestimmte Divergenz (oder uneigentliche Konvergenz)

- Weitere Regeln für Grenzwerte:

$$a_n \leq b_n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n.$$

$$a_n \rightarrow a \Leftrightarrow f(a_n) \rightarrow f(a)$$

für stetige Funktionen  $f(x)$