



# Algorithmen und Datenstrukturen (Informatik II)

SS2001 – Übungsblatt 1

Abgabetermin: 7. Mai 2001

**Aufgabe 1.** *Invariante des euklidischen Algorithmus, 5 Punkte*

Weisen Sie nach, dass nach dem (implizit beschriebenen) Schritt

$$m = n \cdot q + r \wedge m \in \mathbb{N} \wedge n \in \mathbb{N} \wedge m \geq n \wedge q \in \mathbb{N} \wedge r \in \mathbb{N}_0 \wedge 0 \leq r < n$$

alle Teiler von  $m$  und  $n$  auch Teiler von  $r$  sind, d.h.:  $ggT(m, n) = ggT(n, r)$ .

**Aufgabe 2.** *Schreibtischtest, 5 Punkte*

Tabellieren Sie die Werte, die  $m$ ,  $n$ ,  $q$  und  $r$  von Schleifendurchlauf zu Schleifendurchlauf annehmen, wenn der ggT von 15333 und 1235 mit Hilfe des euklidischen Algorithmus berechnet wird.

**Aufgabe 3.** *Terminierung, 5 Punkte*

Beweisen Sie kurz, warum der euklidische Algorithmus für

$$m \in \mathbb{N} \wedge n \in \mathbb{N} \wedge m \geq n$$

nach endlich vielen Schritten beendet ist.

**Aufgabe 4.** *Effektivität des euklidischen Algorithmus, 5 Punkte*

Warum ist der euklidische Algorithmus (Grundidee:  $ggT(m, n) = ggT(n, r)$ ) laufzeitmäßig effektiver als eine Modifikation desselben, die nach der Idee  $ggT(m, n) = ggT(\max(m - n, n), \min(m - n, n))$  vorgeht. (Formulieren Sie diese Modifikation in Form eines Struktogramms.)