Übung 4 zur Analysis I

Georg Biedermann
9.5.2018

Aufgabe 1:[10 Punkte]
Untersuchen Sie die folgenden Folgen aus Konvergenz und Divergenz und begründen Sie Ihre Antwort.

1. $\left(\frac{n^2}{n+1}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
2. $\left(\frac{n!}{n^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
3. $\left(\frac{2^n}{n!}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

Aufgabe 2:[10 Punkte]
Untersuchen Sie die folgenden Folgen aus Konvergenz und Divergenz und begründen Sie Ihre Antwort. Dabei ist i die imaginäre Einheit. Wenn eine Folge konvergiert, so schreiben Sie den Grenzwert in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

1. $\left(\frac{i^n}{n+1}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
2. $\left(\frac{(n+1)^2+in}{3n+2in^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
3. $\left(\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$

Aufgabe 3:[10 Punkte]
Beweisen Sie die folgende Aussage: Wenn $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Folge ist, die bestimmt gegen $+\infty$ konvergiert, dann ist die Folge $\left(\frac{1}{x_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge.

Aufgabe 4:[10 Punkte]
Beweisen Sie: Falls die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen a konvergiert, so konvergiert die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$b_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k$$

ebenfalls gegen a.

Abgabe: 16.5.2018 bis 10:00 Uhr in D.13.08

Aufgaben für die Übungen

Aufgabe: Untersuchen Sie folgende Folgen auf Konvergenz bzw. Divergenz.

1. $\left(\frac{(-1)^k}{k-1}\right)_{k\geq 2}$
2. $(n - \frac{1}{n})_{n\in\mathbb{N}}$
3. $\left(\frac{4n^5+n}{2-n^2-7n^5}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
4. $\left(\frac{4n^5+n}{2-n^2+7n^6}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
5. $\left(\frac{m!}{m!+1}\right)_{m\in\mathbb{N}}$
6. $\left(\frac{n!}{(n-1)!^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$
7. $\left(\frac{3+(-1)^n n^3}{1+3n+n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

Aufgabe:

Aufgabe: