Testklausur zur Analysis I

Georg Biedermann
Zeit: 50 min.

Aufgabe 1:
1. Geben Sie die Definition der Konvergenz für eine Folge in $\mathbb{R}$.

2. Sei $a \in \mathbb{R}, 0 < a < 1$. Beweisen Sie mit der Definition der Konvergenz, dass die Folge $(a^n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 2:[10 Punkte]
Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und Divergenz und beweisen Ihre Antworten.

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3i)^n}{4^{n+1}}$ (i imaginäre Einheit)

Aufgabe 3:[10 Punkte]
Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ und $x \in \mathbb{R}, x > 0$:

$$(1+x)^n \geq \frac{n^2}{4}x^2.$$

Aufgabe 4:[10 Punkte]
Zeigen Sie, dass eine konvergente Folge in $\mathbb{R}$ beschränkt ist.

Note	Punkte
1	≥ 36
2	≥ 32
3	≥ 26
4	≥ 20
5 (nicht bestanden)	≤ 19